

**2. Internationales Symposium  
„Geometrisches Modellieren, Visualisieren und Bildverarbeitung“**

**und**

**Jahrestagung der DGfGG 2007**

**28. und 29. Juni 2007**

**Hochschule für Technik, Stuttgart**

**Kurzfassungen der Vorträge**

## **Design von abwickelbaren Bézier-Flächen**

Wiltsche Albert  
TU Graz

Seitdem rationale abwickelbare Flächen auch als Bézier-Flächen dargestellt werden, sind sie nicht nur für Mathematiker und Techniker sondern auch für Künstler, Designer und vor allem für Architekten interessant geworden. Neben der einfachen Manipulation der Flächen durch Verlagerung der Kontrollpunkte, steht die schwierige Beschreibung der geometrischen und mathematischen Zusammenhänge. Es gibt zwar einfache Algorithmen für die Erzeugung von ganzrationalen Flächen, aber im Bereich der rationalen Bézier-Flächen sind noch einige Fragen offen.

### **Hybride Bézier-Technik**

Felsingner, Helene; Harms, Susanne  
HfT Stuttgart

Jede rationale Bézier-Kurve lässt sich als polynomiale Bézier-Kurve mit einem variablen Kontrollpunkt darstellen. Dieser variable Kontrollpunkt bewegt sich entlang einer rationalen Bézier-Kurve, welche denselben Grad und dieselben Gewichte wie die gegebene Kurve hat. Diese Darstellung bezeichnet man als hybride Bézier-Kurve. Die Kontrollpunkte sowohl des „polynomialen Anteil“ als auch des „rationalen Anteils“ lassen sich eindeutig berechnen, nachdem der Grad des polynomialen Anteil sowie der Index des variablen Kontrollpunktes gewählt wurden. Ersetzt man den variablen Steuerpunkt durch einen festen Steuerpunkt innerhalb der konvexen Hülle des zugehörigen Bézier-Polygons, erhält man eine Approximation der rationalen Kurve durch eine integrale.

Dies lässt sich erweitern auf Flächen, indem auch wieder ein variabler Kontrollpunkt gewählt wird. Wird dieser durch einen festen Steuerpunkt ersetzt, erreicht man die Approximation einer rationalen Fläche durch eine integrale Fläche, wobei zusätzlich geometrische Bedingungen erfüllt werden können.

Es wurden entsprechende Computerprogramme in Maple entwickelt, die Ergebnisse werden demonstriert.

## **Liniengeometrie für Anwendungen**

Kommer, Andreas  
HfT Stuttgart

Die Liniengeometrie beschäftigt sich – im klassischen Sinne – mit der Menge der Geraden im dreidimensionalen Raum.

Es ist möglich, Koordinaten für Geraden einzuführen, so dass z.B. Schnitte bzw. die Inzidenz von Geraden mit Punkten oder Ebenen einfach berechnet werden können – diese Koordinaten werden (nach J. Plücker) *Plücker-Koordinaten* genannt.

Die projektive Geometrie der Geraden kann mithilfe des *Klein'schen Modells* leicht verstanden werden, wobei die Geraden des projektiven Raums  $P^3$  mit Punkten auf einer bestimmten Quadrik im projektiven Raum  $P^5$  identifiziert werden.

Des Weiteren werden in der Liniengeometrie  $k$ -dimensionale Mannigfaltigkeiten von Geraden betrachtet. Am bekanntesten ist sicherlich die Menge der *Regelflächen* (1-dimensionale Mannigfaltigkeiten). 2-dimensionale Mannigfaltigkeiten von Geraden bilden die Menge der *Geradenkongruenzen*.

## **Verfahren zur Scattered Data Interpolation**

Weidner, Thomas  
HfT Stuttgart

In vielen, vor allem ingenieurwissenschaftlichen Anwendungsgebieten stellt sich oft die Frage, wie aus gegebenen Datenpunkten eine glatte Fläche erzeugt werden kann. Die Daten stammen üblicherweise aus Messergebnissen physikalischer Größen, Versuchsreihen sowie computerbasierten Werten. Zur Verwendung in CAD-Systemen ist es notwendig, die Fläche in sogenannte Patches (Flächenstücke) zu unterteilen. Diese Patches müssen verschiedene Qualitätsmerkmale aufweisen. Ein wichtiges Kriterium ist die  $C^n$ -Stetigkeit der Patches.

Das Erkennen von Strukturen aus einer Menge von Punkten führt zum Problem der Scattered Data Interpolation/Approximation. Diese Vorgehensweise findet vor allem im ingenieurwissenschaftlichen Teilgebiet des Reverse Engineering Verwendung.

Es wird ein kurzer Überblick über die typischen Schritte des Reverse Engineering gegeben. Im Anschluss werden verschiedene Methoden aus dem Bereich Scattered Data Interpolation vorgestellt und anhand ausgewählter Kriterien verglichen. Einige Abbildungen stellen die Ergebnisse der Interpolationsverfahren grafisch dar.

## **Zerlegung von Dreiecks-Bezier-Flächen – insbesondere in drei TP-Bezier-Flächen**

Matthias Radeck  
ICEM Surf, Hannover

Die Zerlegung einer Bezier-Kurve, insbesondere die Gewinnung der neuen Bezier-Punkte aus dem deCasteljau-Algorithmus, ist ein allseits bekanntes Verfahren. Die Verallgemeinerung auf Dreiecks-Bezier-Patches liefert allerdings nur ein Verfahren für die Zerlegung in drei Dreiecks-Bezier-Patches. Um eine solche Fläche in drei TP-Bezier-Flächen zu zerlegen, bedarf es einer Parametertransformation mit sehr speziellen Eigenschaften. Die neuen Bezier-Punkte lassen sich aber auch hier mittels eines erweiterten deCasteljau-Schemas berechnen.

## **Von Parabeln zu Freiformkurven mit Hilfe der Dynamischen-Geometrie-Software Cinderella 2.0**

Vogel, Hermann  
Zentrum Mathematik, TU-München

Im Vortrag wird eine Sequenz interaktiver Seiten vorgestellt, die im Rahmen einer Veranstaltung über Freiformkurven für Vermessungsingenieure mit Hilfe der Script-Sprache des Programms Cinderella 2.0 entstanden sind und die für eine Lehrerfortbildung weiter entwickelt wurden. Dabei wird ausgehend von bekannten Eigenschaften dreier Parabeltangente der de-Casteljau-Algorithmus für ebene Bézier-Kurven entwickelt und visualisiert. Anhand der interaktiven Figuren kann man Eigenschaften der Bézier-Kurven entdecken und studieren. Mit Hilfe iterierter Differenzen der Kontrollpunkte gewinnt man Krümmungskreise und Bedingungen für einen  $G^2$ -Übergang zwischen zwei Bézier-Kurven.

Da Cinderella mit homogenen Koordinaten arbeitet, können ohne weiteren Aufwand allein durch Hinzunahme von Gewichten auch ebene rationale Bézier-Kurven betrachtet werden. So schließt der Vortrag mit rationalen Bézier-Darstellungen von Kreisbögen.

**Konstruieren im virtuellen Raum  
im Rahmen einer mediengestützten Geometrieausbildung  
an der Universität**

Kroll, Ekkehard  
Johannes Gutenberg-Universität Mainz

Im Rahmen der aus den Bildungsstandards abgeleiteten mathematischen Kompetenzen, die bis zum Abschluss der Sekundarstufe I erreicht werden sollen, wird im Lehrplan der Klassen 5 bis 10 auch besonderes Gewicht auf die Geometrieausbildung gelegt – aus gutem Grund! Werden doch in vielen Berufen geometrische Kenntnisse, vor allem Raumschauung und Vorstellung von Körpern, benötigt. Da auch dort Computerprogramme eingesetzt werden, ist es nur folgerichtig, dies im Geometrie-Unterricht vorzusehen. So ist unter der Leitidee „*Raum und Form*“ einerseits die Darstellung von Körpern (z.B. als Netz, Schrägbild oder Modell) sowie das Erkennen von Körpern aus ihren entsprechenden Darstellungen und andererseits der Einsatz von dynamischer Geometriesoftware vorgesehen. Beides lässt sich im Mathematikunterricht wirkungsvoll verbinden. Damit dies gelingt, sollten die Lehramtsstudierenden selbst die entsprechenden Erfahrungen in „nachhaltiger“ Weise machen können: *Der Weg wird zum Teil des Zieles!*

In diesem Kurzvortrag sollen dazu verschiedene Möglichkeiten des Einsatzes von Computeralgebra-Systemen und Systemen der Dynamischen Geometrie an Hand von Beispielen aus der Axonometrie (etwa der Kegelschnitte, von Flächenerzeugungen und -durchdringungen usw.) gezeigt werden.

**Ähnlichkeiten zwischen dem apollonischen Berührungsproblem und einem Vermessungsproblem**

Holländer, Klaus  
FH Gießen-Friedberg

Das apollonische Berührungsproblem lautet: Gegeben sind drei Kreise in der Ebene. Bestimme alle Kreise, die die gegebenen Kreise berühren.

Das Vermessungsproblem lautet: Bestimme die Höhe eines Turmes durch Messung der Vertikalwinkel an drei verschiedenen Punkten, zwischen denen kein Sichtkontakt besteht.

Beide Probleme werden durch geometrische Modellierung und rechnerisch gelöst. In einem gewissen Sinn ist das Vermessungsproblem eine Verallgemeinerung des apollonischen Berührungsproblems.

## **Interaktives Analogisieren ebener Elementargeometrie im virtuellen Raum**

Schumann, Heinz  
PH Weingarten

Die Analogisierung ist eine effektive und weitreichende Methode der Erkenntnisgewinnung. Deshalb wird ihre explizite Vermittlung im Mathematikunterricht allgemeinbildender Schulen neben der anderer heuristischer Methoden immer wieder gefordert. Die an Analogien reiche Elementargeometrie, insbesondere die Analogien zwischen ebener und räumlicher Geometrie, eignet sich wegen ihrer Anschaulichkeit besonders als Übungsfeld für das Analogisieren und als Methode für raumgeometrische Begriffs- und Konstruktionsbildung, Satz- und Beweisfindung. Die Darstellungsproblematik räumlicher Geometrie war bisher ein wesentlicher Grund für die geringe Anwendung dieser Analogisierung. Mit den Konstruktions-, Mess- und Visualisierungswerkzeugen, die Cabri 3D besitzt, überwindet man diese Problematik und kann jetzt das verräumlichende Analogisieren ebener Geometrie im virtuellen Raum als interaktivem Sichtraum praktizieren. In diesem Beitrag werden verschiedene Arten der Analogiebildung an ausgewählten Beispielen vorgestellt und bewertet.

### **Algorithmische Geometrie --- Von der Theorie zur Praxis (und zurück)**

Funke, Stefan  
Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken

Das Zusammenspiel von Theorie und praktischen Anwendungen spielt in der Informatik eine wichtige Rolle. Erst die Entwicklung einer fundierten theoretischen Basis

erlaubt die Erschließung neuer Anwendungsgebiete; auf der anderen Seite offenbaren sich bei der Untersuchung praktischer Probleme viele neue, theoretisch herausfordernde und relevante Fragestellungen.

Im Vortrag werde ich anhand eigener Forschungsergebnisse aus meinem Schwerpunktfeld der algorithmischen Geometrie derartige Synergien zwischen Theorie und Praxis aufzeigen. Unter anderem stelle ich ein neues Verfahren vor, welches die Berechnung von kürzesten Wegen in Straßennetzwerken um Größenordnungen beschleunigt. Hierbei waren Techniken aus der algorithmischen Geometrie zur effizienten Problemlösung unabdingbar.

## Discrete Differential Geometry Methods for Human Body Modelling

Mantel, Anja

3D Modelle, welche durch Laserscanning Verfahren erzeugt werden sind teilweise unvollständig und leicht verrauscht. Des Weiteren fehlen Informationen, um solche Modelle in einen Zusammenhang zu bringen – eine so genannte gemeinsame Parametrisierung.

Ein Forschungsprojekt des *National Research Council Canada* des Institutes für *Visual Information Technology* befasst sich im Zusammenhang der Modellierung von 3D Menschmodellen mit diesem Thema und präsentiert ein Verfahren zur Gewinnung von glatten parametrisierten Menschmodellen aus beliebigen individuellen bodyscans.

Ein konstruiertes Template-Modell, dessen Parametrisierung bekannt ist, wird mit Hilfe einer gewissen Anzahl von korrespondierenden Punkten, genannt *Landmarks*, an die gescannten Daten eines individuellen bodyscans eingepasst. Die korrespondierenden Punkte werden anhand von Eigenschaften der Oberfläche automatisch lokalisiert. Hierzu wird ein gegebenes Netzwerk von Landmarks, unter Beachtung derer typischen lokalen Eigenschaften und derer Beziehungen zueinander, bestmöglich auf dem bodyscan platziert.

Zur Analyse der geometrischen Eigenschaften von triangulierten Oberflächen werden verschieden Verfahren herangezogen, welche man den *Methoden der diskreten Differentialgeometrie* zuordnen könnte.

Die lokale Umgebung eines Flächenpunktes wird hierbei durch seine *Krümmung* beschrieben und ergänzend, für die Beschreibung der Umgebung im weiteren Sinne, durch so genannte *Spin Images*. Für die Beziehung zweier Flächenpunkte wird ihr *geodätischer Abstand* betrachtet.

### Discrete Differential Geometry Methods For Human Body Modelling

3D Models, obtained by laser range scans are partial incomplete and noisy. Furthermore, information about the context of such models – a so-called common parameterisation – is missing.

A research project of the *National Research Council Canada* of the institute *Visual Information Technology* addresses this issue in the course of human body modelling and presents an approach to obtain well-defined and parameterised human body models from arbitrary body scans.

An artistic template-model, with known parameterisation, is matched to the scanned data of an individual bodyscan. For this assignment, corresponding points between the models, denoted as *landmarks*, are required. These corresponding points will be automatically located on the base of surface features. A given graph of landmarks is fitted to the bodyscan under consideration of their typical local surface characteristics and the special relationship between them.

In order to analyse the geometrical features of polyhedral meshes, several methods, which can be assigned to the *discrete differential geometry*, are investigated.

Thereby the local neighbourhood of a surface point is described by its *curvature* and additional, for the discretion in the broader sense, by so-called *Spin Images*. The relationship between two surface points is characterised by the *geodesic distance*.

## **Algorithms on triangular meshes with plane sections**

Szilvasi-Nagy, Marta  
Budapest University of Technology and Economics

In engineering applications triangle meshes are the most frequently used surface representations. Several geometric problems arise e.g. in layered manufacturing and surface milling, which can be solved with the help of plane sections. In this lecture a technique for computing the intersection of a triangular mesh and a plane is represented, and a collection of algorithms based on this technique.

## **Modifizierte Catmull-Clark Methoden zur Modellierung, Reparametrisierung und Gittererzeugung**

Karl-Heinz Brakhage  
RWTH Aachen

Die ersten subdivision surfaces wurden 1978 von Catmull und Clark sowie von Doo und Sabin vorgestellt. Insbesondere die Doo-Sabin Methode geht auf Chaikins Corner-Cutting (1974) zurück. Im Laufe der Zeit sind zahlreiche weitere, sowohl approximative als auch interpolatorische Verfahren entwickelt worden. Für unser Zwecke ist die Catmull-Clark Methode von besonderem Interesse. Sie liefert als Grenzfläche bi-kubische B-Spline-Patches, die mit Ausnahme von wenigen, sogenannten außergewöhnlichen Punkten  $C^2$ -, d.h. krümmungsstetig sind. Das Verfahren erzeugt also besonders glatte Oberflächen. Solche Verfahren werden auch zur Computeranimation in Trickfilmen eingesetzt. Edwin Catmull war 1986 Mitbegründer von Pixar, die neben der Renderman Software auch weltbekannte Trickfilme entwickeln. Geri's Game (1997) wurde mit dem Oscar für den besten animierten Kurzfilm ausgezeichnet. Auch Toy Story, Monster AG, Findet Nemo, und Die Unglaublichen stammen von Pixar.

Will man spezielle Eigenschaften bei den Flächen erzielen, so muss man die Unterteilungsregeln modifizieren. Damit lassen sich diese Verfahren dann auch für technische Anwendungen einsetzen. Von besonderer Bedeutung bei der Catmull-Clark Methode ist, dass aus einem beliebigen Polyeder-Netz bereits nach dem ersten Schritt ausschließlich Vierecke vorliegen. Diese geben die einzelnen Abschnitte der Splineflächen vor.

Im Sonderforschungsbereich SFB 401 Strömungsbeeinflussung und Strömungs-Struktur-Wechselwirkung an Tragflügeln ist nachträglich das Zusatzprojekt Transsonische Aerostrukturdynamik bei großen Reynoldszahlen genehmigt worden. Hierfür wurde ein komplettes Halbmodell entworfen. Alle dort verwendeten Flächen sind (ungetrimmte) B-Spline-Patches. Zur Gittererzeugung und Reparametrisierung von Teilflächen eignen sich die modifizierten Catmull-Clark Methoden besonders gut. Da die Grenzfläche i.a. nicht exakt mit der Ausgangsfläche übereinstimmt, muss nach Abschluss der Iteration lediglich ein Projektion auf diese durchgeführt werden. In dem Vortrag wird die komplette Entstehung des Halbmodells vorgestellt werden. Die Erläuterung der dabei verwendeten Verfahren wird durch zahlreiche Animationen unterstützt.

## **Rekonstruktion aus perspektivischen Designzeichnungen**

Bonitz, Peter (i.R.); Henschel, Frank  
Institut für Geometrie, TU Dresden

Nach einleitenden Bemerkungen zu Grundlagen und (historischen) Anwendungen der Zentralprojektion wird aufgezeigt, wie mit Mitteln der Photogrammetrie, der darstellenden Geometrie und mit Hilfe eines speziellen CAD-Systems für den Fahrzeugbau (ICEM Surf) aus perspektivischen Designerskizzen formtragende charakteristische Profile entnommen und wie diese Informationen zu einem CAD-Rohling weiterverarbeitet werden können.

Wesentliches Hilfsmittel im Prozess der Gewinnung von entzerrten Profilen aus Skizzen ist ein eigens hierfür entwickeltes C++ Programm RWS (Plug In für ICEM Surf) zum Räumlichen Rückwärtseinschnitt.

Neu ist die Anwendung des Verfahrens auf der im Designprozess vorliegenden perspektiven Handzeichnungen, welche aufgrund ihres Skizzencharakters eine besondere Herausforderung an deren Auswertung stellen. Wie jene Aufgaben durch komplexes Anwenden von Grundwissen und Verfahren aus o.g. Fachgebieten gelöst werden konnten, wird im Vortrag erläutert.

Für die Testung der Praxistauglichkeit des Programms RWS wurde unter anderem an einem realen PKW-Modell Passpunktkoordinaten bestimmt, die für das Programm RWS benötigt werden. Die Tauglichkeit des Programms wurde somit auch bei echten Fotos zum Zwecke der Rekonstruktion von Geometriedaten (zum Beispiel Oldtimer Nachbau) unter Beweis gestellt.

Zur Verbesserung des Arbeitsflusses im Design wurde auch eine Prototyp-Schnittstelle zwischen Adobe-Photoshop und ICEM Surf entwickelt.

## Two- and Three-dimensional Tiling on the Base of Higher-dimensional Cube Mosaics

Vörös, László  
University of Pécs

Lifting the vertices of a  $k$  sided regular polygon from its plane, perpendicularly by the same height, and joining with the centre of the polygon, we get the  $k$  edges of the hypercube ( $k$ -cube) modelled in the three-dimensional space (3-model). From these the 3-models or its surface polyhedra can be generated as well in different procedures [2,3,4]. Combining  $2 < j < k$  edges, 3-models of  $j$ -cubes, as parts of the  $k$ -cube, are easy to build.

The space-filling arrangement of these models can further be dissected and reordered by inner lower-dimensional 3-models and Boole-operations.

The case  $k = 6$  is described in [5]. For odd  $k$  it is advisable to originate the construction from a  $k-1$  sided polygon. In this case the  $k$ -th edge is perpendicular to the base plane, but for some  $k > 9$ , for even  $k$  too, can be required a symmetric rearrangement of more edges. We obtain by this way degenerated axonometric projections. For any  $k$  each vertex lies so in planes parallel to the base plane of construction and in the plane intersections containing rotational axes, therefore a plane tiling appears in these intersections. These tiling can further be dissected and reordered. The cases  $k > 10$  are currently under research.

Some  $k$ -cube 3-models can also create space-filling polyhedra, therefore the question is even justified in [1, 2].

[1] Stachel, H., *Mehrdimensionale Axonometrie*, Proceedings of the Congress of Geometry, *Thessaloniki*, 159-168 (1987)

[2] Vörös, L., *Reguläre Körper und mehrdimensionale Würfel*, KoG, 9 (2005), 21-27.

[3] Vörös, L., *A Symmetric Three-dimensional Model of the Hypercube*, Conference: Symmetry-Festival 2006. Budapest, to appear in *Symmetry: Culture and Science, special issue*

[4] Vörös, L., *Some Ways to Construct a Symmetric 3-Dimensional Model of the Hypercube*, 1<sup>st</sup> Croatian Conference on Geometry and Graphics, *Bjelolasica*, September 17-21 2006, Abstracts, 31

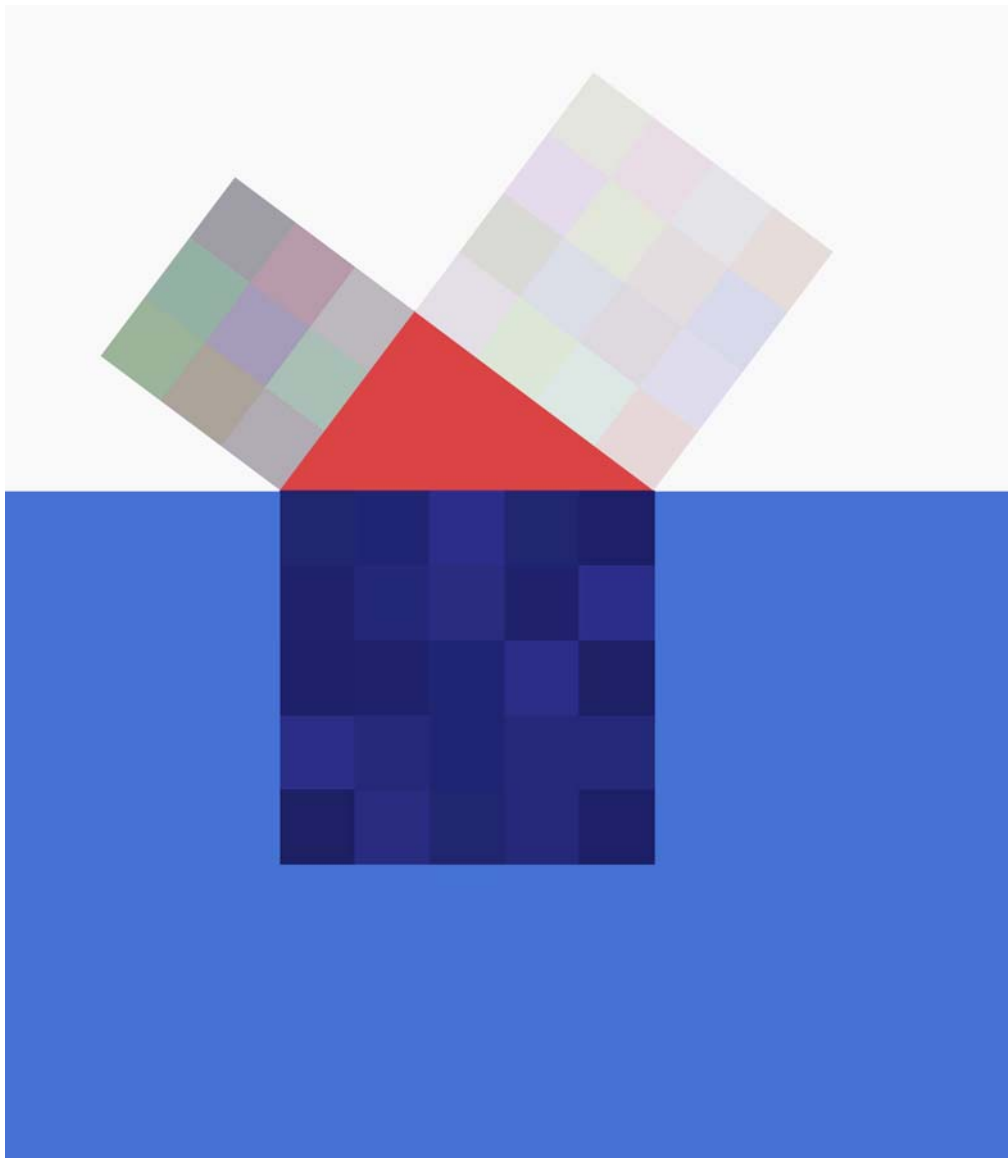
[5] Vörös, L., *Two- and Three-dimensional Tilings Based on a Model of the Six-dimensional Cube*, KoG, 10 (2006), 19-25.

[6] <http://icai.voros.pmmf.hu>

## Bildnerische Studien in der Mathematik

G. F. Bär  
TU Dresden

Die Maler des Impressionismus und des Expressionismus befreiten die Farbe von der gegenständlichen Form. Das war ein erster Schritt zu einer autonomen Strukturierung der bildnerischen Mittel, die dann von W. Kandinsky im Einzelnen analysiert wurden. Seine poetische Beschreibung von grundlegenden Gesetzen zur bildnerischen Gestaltung und Ästhetik kann heute in Beziehung zur konkreten Kunst und zur aufstrebenden Szene der Computerkunst gesetzt werden. In diesen beiden Kunstrichtungen benutzt die "gegenstandslose" Kunst oft geometrische Formen, Strukturen und algorithmische Methoden. So entstehen fruchtbare Gemeinsamkeiten mit mathematischen Methoden in zweierlei Hinsicht: Mathematik kann zum Design und zur Produktion von Kunstobjekten eingesetzt werden. Andererseits helfen künstlerische Gestaltungsprinzipien bei der Schöpfung ästhetisch ansprechender mathematischer Grafiken und Skulpturen. Für beide Einflussrichtungen werden Beispiele gezeigt und kommentiert, etwa der abgebildete Computerprint des Autors.



Böhm, Martin  
Fachhochschule Kaiserslautern, Fraunhofer ITWM, Kaiserslautern

Es werden Erfahrungen und Ergebnisse an zwei Praxisbeispielen aus dem Bereich der Oberflächenmesstechnik präsentiert, die hohe Anforderungen an die zu verwendenden Messtechniken und Bildverarbeitungsverfahren stellen.

Im ersten Beispiel wird die Oberflächeninspektion von stark glänzenden Verschlüssen der Medizin- und Kosmetikindustrie vorgestellt. Hierbei müssen innerhalb des Produktionsprozesses sehr kleine Defekte der Oberflächengeometrie (Beulen, Kratzer) und der Oberflächenbeschaffenheit (Polierfehler, raue Zonen) Online erkannt werden. So erzeugen beispielsweise mikroskopisch kleine Kratzer mit einer Tiefe von 0,02 mm in den Rohteilen nach dem Eloxalprozess aufgrund des hohen Reflexionsgrades Oberflächenstörungen, die sehr gut zu sehen sind und Reklamation der Kunden führen.

Zur Detektion derartig kleiner Defekte auf glänzenden Oberflächen sind im Rahmen des vom BMBF geförderten OPAQ-Projekts durch die Steinbichler Optotechnik GmbH, Neubeuern und dem Fraunhofer ITWM neue Verfahren der Aufnahmetechnik und der Bildverarbeitung entwickelt worden, die hier vorgestellt werden sollen.

Das zweite Beispiel behandelt die Oberflächeninspektion von laminierten Metall dichtungen für die Automobilindustrie. Hier ist aufgrund des schwarzfarbigen Laminats zunächst eine optimale Beleuchtung zu wählen, um ausreichende Kontraste für die Bildaufnahmen zur Defekterkennung zu erzeugen. Ziel des eingesetzten Online-Inspektionssystems ist es, diese laminierten Metall dichtungen, die unterschiedliche Geometrien aufweisen, auf verschiedene Fehler zu untersuchen und diese Defekte nach Ausprägung und Ort zu klassifizieren. Das vom Kunden vorgegebene Fehlerspektrum reicht von einzelnen Blasen ( $> 0,5$  mm) über Stanzfehler (fehlerhafte Geometrie) bis zu großflächigen Kleberverschmutzungen (bis  $6500$  mm<sup>2</sup>). Um Verzögerungen des gesamten Produktionsprozesses auszuschließen, darf die Gesamtinspektionszeit 0,8 Sekunden pro Bauteil nicht überschreiten. Um diesen Anforderungen zu genügen, sind effiziente und robuste Bildverarbeitungsrou tinen erforderlich, die hier vorgestellt werden.

Der Vortrag wird abgerundet durch einen Überblick sonstiger aktueller Industrieprojekte, denen die Bildverarbeitung einen wichtigen Bestandteil darstellt.

## **Computerunterstützte Bildanalyse zur Melanomerkennung**

Schuster, Ulrike; Müßigmann, Uwe  
HfT Stuttgart

Hautkrebserkrankungen haben in den letzten Jahren dramatisch zugenommen. Daher ist es sehr wichtig, sich regelmäßig von einem Facharzt auf Hautveränderungen untersuchen zu lassen. Eine häufig eingesetzte Methode zur Frühdiagnose von schwarzem Hautkrebs (malignes Melanom) ist die ABCD-Regel, die für **A**symmetrie, **B**egrenzung, **C**olor (Farbe) und **D**urchmesser steht. Diese Merkmale lassen sich zwar auch vom Laien zur Früherkennung einsetzen, eine sichere Diagnose ist aber nur durch den ausgebildeten Arzt möglich. In jüngerer Zeit werden verstärkt Ansätze zur automatischen Melanomerkennung durch eine computergestützte Bildanalyse diskutiert, die den Arzt in seiner Aussage unterstützen sollen. Erste Systeme sind bereits am Markt verfügbar. In diesem Beitrag sollen verschiedene Verfahren vorgestellt werden, um aus der Bildaufnahme eines auffälligen Hautbereichs die in der ABCD-Regel festgelegten Merkmale zu bestimmen und damit gutartige von bösartigen Hautveränderungen zu unterscheiden.

## **Tomografische Rekonstruktionsmethoden auf Parallelrechnern**

Kalthoff, Oliver  
Hochschule Heilbronn

Tomografische Rekonstruktionsmethoden gehören in der medizinischen Bildgebung zu den Standardapplikationen. Außerhalb der Klinik sind Wissenschaftler oft gezwungen, auf teure und geschützte Implementierungen von Rekonstruktionsalgorithmen zurückzugreifen. Anhand der ART- und EM-Algorithmen soll dargestellt werden, wie tomografische Schichten aus einer Reihe von Projektionen errechnet werden können. Da die Aufgabenstellung in der Regel leistungsfähige Rechner erfordert, wird gezeigt, wie mit Hilfe handelsüblicher PCs und quelloffener Software homo- oder heterogene Multicomputer für die Computertomografie eingesetzt werden können. Der Rekonstruktionsprozeß wird aus

verschiedenen Blickwinkeln (Parallelisierung von Skalarprodukten, Erzeugung von Datensätzen, dreidimensionales Rendering) betrachtet. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf den Parallelisierungsvarianten, deren Möglichkeiten und deren Risiken. Abschließend wird ein Beispiel aus dem Bereich CT und PET erläutert, welches in der Fusion morphologischer und funktioneller Bildgebung an Bedeutung gewinnt.

## **Aktive Konturen – Anwendung und Implementierung in der Bildverarbeitung**

Roth-Koch, Sabine ; Kroll, Julia

Fraunhofer-Institut für Produktionstechnik und Automatisierung IPA, Stuttgart

Der Vortrag gibt einen kurzen Überblick über die Methode der Aktiven Konturen (Snakes) und erörtert zwei unterschiedlich motivierte Anwendungen. Aktive Konturen realisieren ein Konzept in der Bildverarbeitung zum Erkennen von Objektkonturen, speziell in verrauschten oder artefaktbehafteten Bildern. Dabei wird nicht allein auf diskrete Information in den Bildpixeln zurückgegriffen, sondern mit durch Bildinformation variierten Initialkonturen gearbeitet. Das Prinzip der Aktiven Konturen und auch weiterführend der deformierbaren Flächen wird beispielsweise in der Auswertung medizinischer Bilddaten, aber auch in Bildsequenzen zur Objektverfolgung angewandt.

Die beiden Implementierungen beschreiben:

- a. Die Segmentierung des Herzens (bzw. des Myokards) in medizinischen Bilddaten.
- b. Die Segmentierung von morphologisch zusammenhängenden Flächenbereichen in Handskizzen.

## **‚Un-rendering‘ Geometry – oder: Das Erklären von Pixelbildern durch intelligentes Vektorisieren in der Fläche und im Raum**

Fritsche, Niels-Christian  
TU Dresden

Zwischen den vielen Möglichkeiten im Dschungel der digitalen Bilderzeugung schimmert ein Gespenst durch, das man als eine neue Bedeutungsfreiheit von fotorealistischen Darstellungen beschreiben könnte.

Zwar hat uns die zunehmende Fülle von visueller Information nachweislich in der Mustererkennung trainiert, doch bereitet es uns Schwierigkeiten, die gewaltige Dichte von ähnlichen Bildern zu sortieren, und dies sowohl alltagspraktisch wie auch in der akademischen Ausbildung in den neuen Medien, in der Architektur, in den Ingenieurwissenschaften und vielen anderen.

Ich frage hier nach einer universalen Software zum stufenlosen Geometrisieren von bildlichen Darstellungen, einem intelligenten Vektorisieren von Pixelbildern als Umkehrung der digitalen Bilderzeugungslogik vom *Wire frame* über das *Mappen* und *Rendern* zur fotorealistischen Darstellung – auch und erst recht für analog erzeugte Bilder.

Kann es gelingen, eine Formen- und Zeichenbetrachtung für stille und bewegte Bilder in den verschiedensten Alltagsanwendungen und für die unterschiedlichsten Bildungshorizonte zu programmieren, die schließlich auch räumliche Vektorsätze errechnen kann?

## Advanced Digital Architectural Design

Hemmerling, Marco  
FH Lippe und Höxter, Detmold

Die Entwicklungen der letzten 20 Jahre im Bereich computergestützter Architekturproduktion zeigt den immer größer werdenden Einfluss digitaler Medien auf die Architekten. Sowohl die prozesshafte Entwicklung architektonischer Konzepte von der Entwurfsfindung bis zur baulichen Umsetzung, als auch die formale Gestaltung und die daraus veränderte Erscheinung und Wahrnehmung von Architektur hat sich durch den Computer maßgeblich verändert.

Die Entwicklung von CAAD (Computer Aided Architectural Design) kennt zwei grundsätzliche Evolutionsstränge. Auf der einen Seite steht der Einsatz des Computers zur Erzeugung virtueller Räume und digitaler Simulation. Interaktion und Immersion stellen eine wesentliche Erweiterung der Wahrnehmung von Räumen im digitalen Entwurfsprozess dar und dienen somit einer frühen und ganzheitlichen Betrachtung, Bewegung und Vermittlung von räumlichen Konzepten. Von den ersten Skizzen bis hin zum fertigen 3D-Gebäudedatensatz bildet der Computer den kompletten Entwurfs- und Planungsprozess ab. Im Bereich der Entwurfentwicklung spielen parametrische Gebäudemodelle zunehmend eine große Rolle. Diese Modelle ermöglichen innerhalb des Entwurfsprozesses die Manipulation der Gesamtstruktur, ohne dass die Verknüpfungen der einzelnen Bauteile untereinander verloren gehen. So können unterschiedliche Aspekte des Entwurfs im Gesamtmodell verändert, weiterentwickelt und neu eingebracht werden.

Auf der anderen Seite hat gerade in den letzten Jahren eine sprunghafte Zunahme von computergestützten Bau- und Produktionsprozessen über CAD-CAM-Schnittstellen zu CNC-Fräsen und Rapid Prototyping-Verfahren eingesetzt. Das Besondere dieser Technologie ist, dass mit demselben Herstellungsverfahren unterschiedlichste Formen produziert werden können. Da der Arbeitsvorgang vollständig automatisiert ist, bleibt der Herstellungspreis prinzipiell gleich. In der Konsequenz heißt dies, dass sich neue gestalterische Freiheiten bei der Architekturproduktion ergeben, da die kostenrelevante Abhängigkeit zum Standardprodukt weitergehend aufgehoben ist. Darüber hinaus werden zunehmend computergesteuerte Verfahren zur Fabrikation und Montage vorgefertigter Elemente und Bauteile herangezogen.

Die Entwurfs- und Bauprozesse laufen in der Praxis noch immer weitestgehend getrennt voneinander ab. Bei der Erzeugung und Darstellung des Entwurfs berücksichtigen die meisten Planungsbüros nicht das Potenzial der schnittstellenfreien digitalen Bauproduktion. Die Bauproduktionsprozesse sind andererseits meist nur auf die Erzeugung effizienter Standardprodukte ausgerichtet und gehen nicht auf die individuellen Anforderungen im Entwurf ein. Dabei liegt der zukünftige Mehrwert im Einsatz von CAAD eindeutig in der Verknüpfung beider Evolutionsstränge zu einem integralen Gesamtprozess, der durch den Architekten gestalterisch, inhaltlich und organisatorisch gesteuert werden kann. Das Wissen um die entwerflichen und baulichen Möglichkeiten und deren Kontrolle durch alle Leistungsphasen hindurch bildet daher die Grundlage für die zukünftige Entwicklung und Umsetzung architektonischer Konzepte mit Hilfe digitaler Medien.

## **Die rechnerunterstützte, konstruktive geometrische Planung der Zuschauerräume von Theatern**

Vörös, László  
Universität Pécs

Ein bauliches Planungsproblem kann keine Aufgabe im mathematischen Sinne sein. Auch seine Lösung ist so nicht eindeutig; man kann keine exakten, eindeutigen Ergebnisse erwarten. Die technische Planung im Bereich der Architektur benutzt überwiegend geometrischen Methoden und wird üblicherweise so durchgeführt, dass das Problem auf lösbare Aufgaben aufgeteilt wird. Mögliche Teillösungen werden in einem fortgesetzten Prozess gerichtet auf das Gesamtergebnis einer ständigen Überprüfung und Veränderung unterzogen.

Bei Betrachtung der Teilprobleme ergeben sich zahlreiche Gründe, als eines der wichtigsten Subsysteme ein dynamisches Zuschauermodell zu schaffen, das der Anatomie des Zuschauers folgt. Es ist also eine zweckdienliche Methode, wenn die Basis des Lösungsprozesses ein auf das dynamische Zuschauermodell bezogenes konstruktive geometrisches Verfahren ist, das im Interesse der Offenheit von beliebigen Orten und in beliebigen Richtungen begonnen werden kann. Bei der Wiederholung einzelner Schritte müssen diese einzeln bearbeitbar sein und die Parameter in jedem Zyklus einer neuen Bewertung unterzogen werden können. Die Analyse der fachliterarischen Beispiele zeigte, dass ein konsequentes und von mehreren Sichtpunkten adäquates Ergebnis erreicht werden kann, wenn sich das Basiselement im Laufe der Konstruktion sogar einer Teilaufgabe ändert. So werden mit dem Blickpunkt auf gute Sichtverhältnisse optimale Teilergebnisse erreicht, die nur unter Berücksichtigung von anderen Planungsabsichten (beispielsweise erhobene Ansprüche in Richtung der Sicherheit) modifiziert werden müssen.

Es folgt aus der baulichen Praxis und den Merkmalen der geometrischen Aufgabenlösung, basierend auch auf Planungstheorien, dass kein vollständiges Planungsprogramm für Zuschauerräume möglich ist; man darf nur über rechnergestützte Planung von Zuschauerräumen sprechen, auf verschiedenen Automatisationsstufen, die einzelnen Teilprobleme betreffend. Dies schließt aber die Möglichkeit nicht aus, für typische Aufgaben einige mehr geschlossene Programme zu schreiben, die spezielle Bedürfnisse befriedigen können; dabei muss man aber auch die ökonomischen Prinzipien berücksichtigen, die aus der Anwendungshäufigkeit folgen.

### **About the planning of milling paths on smooth surfaces**

Bela, Szilvia  
Budapest University of Technology and Economics

In the literature about tool paths generation in surface milling different techniques are proposed which are stressing different facts of the practice. Which tool path is optimal is a question of the specified requirements. In this lecture two requirements are investigated, a wide machining strip moving a ball end and an even abrasion of this machining tool.

## Regelflächen und das Kalkül von Kruppa in der industriellen Praxis

Grill, Joachim  
Bondorf

In praktischen Anwendungen tauchen oftmals Regelflächen, also Flächen die durch Bewegungen einer Geraden entstehen, auf. Im Vortrag wird an ausgewählten Beispielen aus dem Maschinenbau aufgezeigt, wie man vorteilhaft die spezielle Theorie von Regelflächen für die Lösung von praktischen Problemen verwenden kann. Dazu wird zuerst das von Kruppa entwickelte Kalkül für die Beschreibung von Regelflächen kurz dargestellt und auf die speziellen Anforderungen bei den aufgeführten Anwendungen angepasst. Am Beispiel der Evolventenschraubfläche, der verallgemeinerten Wendelfläche und den Hüllflächen dieser beiden Regelflächen wird dann die Anwendung des Kruppaschen Kalkül in der industriellen Praxis gezeigt. Ferner wird auch gezeigt, wie Regelflächen für die geometrische Beschreibung von allgemeinen räumlichen Bewegungen verwendet werden. Als erste Anwendung wird die bei zylindrischen Zahnrädern meistens eingesetzte Evolventenverzahnung vorgestellt, bei der es sich um eine spezielle Regelfläche, eine sogenannte Evolventenschraubfläche, handelt. Die Evolventenschraubfläche, welche aus den Tangenten einer Schraublinie gebildet wird, ist die am meisten eingesetzte Flankenform. Sie taucht nicht nur bei zylindrischen Verzahnungen, den sogenannten Stirnradgetrieben auf, bei denen zwei zylindrische Zahnräder sich um zwei parallele Achsen drehen, sondern auch bei gekreuzten Achsen von Antrieb und Abtrieb. Bei diesen Getrieben wird die Flanke eines Zahnrades von Evolventenschraubflächen gebildet, während die zweite Flanke als Hüllfläche oder Enveloppe der Evolventenschraubfläche beschrieben werden kann. Als Beispiel hierfür wird als Anwendung eine Evolventenschraubfläche und die Theorie der Regelflächen verwendet, um die Zahnflanken von sogenannten Kronenrädern zu beschreiben, einschließlich ihrer differentialgeometrischen Größen. Ein weiteres bekanntes Beispiel für Regelflächen sind die sogenannten Wendelflächen. Verallgemeinerte Wendelflächen tauchen ebenfalls in der Verzahnungsgeometrie auf. Am Beispiel eines speziellen Kronenrades wird ebenfalls die Anwendung von verallgemeinerten Wendelflächen und dem Kruppaschen Kalkül gezeigt.

Eine Regelfläche wird in der Praxis auch oft durch die Bewegung einer geraden Schneidkante eines Werkzeuges (Drehmeißel, Fräser etc.) beschrieben. Im Vortrag werden deswegen auch Beispiele aus der Fertigung von Zahnrädern oder Werkzeugen vorgestellt, bei denen die Regelflächen gar nicht mehr materiell vorhanden sind, sondern nur als virtuelle Flächen in der Praxis auftauchen, wie dies beispielsweise bei der Fertigung von sogenannten Kegelradverzahnungen der Fall ist.

Ein Paar von Regelflächen, die sogenannten Axoide, welche in einer speziellen Art und Weise aufeinander abrollen, können aber auch verwendet werden um allgemeine räumliche Bewegungen geometrisch zu beschreiben. Als weitere Anwendung von Regelflächen werden diese Regelflächen und das Kalkül von Kruppa verwendet, um Bewegungen zu analysieren und die geometrischen Invarianten von Bewegungen darzustellen und anschaulich interpretieren zu können. Am Beispiel von Bewegungen bei der Fertigung von Zahnrädern und Werkzeugen sowie bei Verzahnungen, werden die Vorteile aufgezeigt, welche sich bei Einsatz der Theorie der Regelflächen in der industriellen Praxis ergeben.

## **Der Einfluss verfahrensspezifischer Berührlinien in der Verzahnungsfertigung**

Häussler, Ulrich  
Baltmannsweiler

Laufverzahnungen erhalten ihre Geometrie durch einen mehrstufigen Prozess; formbestimmend ist die abschließende Feinbearbeitung. Gängige Verfahren sind insbesondere Profilschleifen, Wälzschleifen und Honen/Coronieren, aber auch Schaben und Fertigfräsen sind zu nennen.

Der Spanabhub erfolgt in einem Bereich um die Berührlinie von Werkzeug und Werkstück. Die Berührlinie ist somit ein wichtiger Faktor für die Qualität der Verzahnung.

Ziel des Beitrages ist, den Bogen vom spezifischen Fertigungsverfahren zur zugehörigen Berührlinie zu spannen, um daraus Eigenheiten und Optimierungspotential für die Fertigungsverfahren ableiten zu können. Auf der Basis anschaulicher Überlegungen werden ohne Verwendung von Formeln qualitative Ergebnisse hergeleitet, mit ggf. vorhandenen Berechnungen aus der Literatur verglichen und weiterführende Empfehlungen gemacht.

Der Beitrag gliedert sich in vier Abschnitte. Nach einer kurzen Einführung in die Thematik Verzahnung und Feinbearbeitung wird im zweiten Abschnitt die qualitative Lage der Berührlinien für verschiedene Fertigungsverfahren anschaulich hergeleitet. Im dritten Abschnitt wird aus der Lage der Berührlinie und der Maschinenkinematik auf die zu erwartende Verzahnungstopologie geschlossen und qualitative Empfehlungen für Radpaare abgegeben. Abschließend werden für verschiedene Fertigungsverfahren Möglichkeiten der Fertigung von gezielten Flankenmodifikationen besprochen.

## Datenqualität in der virtuellen Produktentwicklung

Pries, Margitta  
Technische Fachhochschule Berlin

Bei der virtuellen Produktentwicklung werden CAD-Daten in unterschiedlichen Formen von verschiedenen CAD-/CAM-/CAE-Systemen erzeugt und weiterverarbeitet. Die Anforderungen an die Strukturen, an Toleranzen und an die Qualität dieser Daten können in den einzelnen Prozesskettenschritten sehr verschieden sein. Aber auch durch andere Einflüsse, wie Schnittstellenprobleme oder unterschiedliche Konstruktionsmethodik, können Qualitätsdefizite entstehen. Allein die im unmittelbaren Konstruktionsprozess entstehenden Mehrkosten auf Grund mangelhafter geometrischer Datenqualität werden von der AIAG (Automotive Industry Action Group, USA) auf eine Höhe von 1 Milliarde US\$ ( <sup>1</sup> Kasik, D. J.; Buxton, W.; Ferguson, D. R.: Ten CAD Challenges. IEEE Computer Graphics and Applications Volume 25, Issue 2 (March 2005), pp.81-92 ) geschätzt.

In einem von der SASIG (Strategic Automotive Product Data Standard Industry Group) festgelegten Kriterienkatalog „Product Data Quality Guideline“ sind die Anforderungen an die CAD-Datenqualität in der Automobil- und Zulieferindustrie beschrieben. Am Beispiel des von der Volkswagen AG entwickelten und eingesetzten Prüfprogramms VALIDAT wird die Überprüfung der in der SASIG-Norm festgelegten Kriterien erörtert.

Weiterhin vorgestellt wird ein am Fraunhofer Institut für Produktionsanlagen und Konstruktionstechnik (IPK) im Rahmen der Projekte „JULIUS“ und „CAESAR“ erstelltes Softwaresystem zur automatisierten Erkennung und Korrektur geometrischer und topologischer Qualitätsdefizite. Es wurde mit dem Ziel entwickelt, Defizite und „Flaschenhälse“ in komplexen CAE-Prozessketten zu beseitigen. In Zusammenarbeit mit dem IPK ist in Kooperationsprojekten der TFH Berlin mit dem Industriepartner „MVI Solve IT GmbH“ die Aufbereitung der Ergebnisse der Projekte „JULIUS“ und „CAESAR“ geplant, um sie einer weiteren industriellen Nutzung zuführen zu können. Es handelt sich dabei um ein sehr komplexes Vorhaben, in das Analysen des Einflusses sich weiterentwickelnder Prozessstrukturen und neuer parametrischer Konstruktionsmethoden auf die Datenqualität digitaler CAD-Modelle einfließen müssen. Es bietet aber auch viele interessante Themen mit unterschiedlichem mathematischem Anspruch für die Bearbeitung durch Studenten im Studiengang Mathematik.

## **Einige mathematische Aspekte bei der Berechnung Leichter Flächentragwerke**

Ströbel, Dieter; Singer, Peter  
Technet GmbH gründig + partner, Stuttgart

Als Leichte Flächentragwerke bezeichnet man unter Zugspannungen stehende Tragwerke wie z.B. Seilnetze oder Textile Membrantragwerke. Die Aufgaben bei ihrer Berechnung zerfallen in 3 Teile: Formfindung, Statik und Zuschnittsermittlung.

Als Formfindung bezeichnet man die Erzeugung einer Gleichgewichtsfigur unter Vorspannung. Die nichtlinearen Gleichungen, die diese Gleichgewichtsfigur beschreiben, werden in der sogenannten Kraftdichtemethode durch einen 'Rechentrick' linear, woraus sich Vorteile ergeben.

In der Statik sind nichtlineare Gleichungssysteme zu lösen: hier werden nun Verfahren gezeigt, wie man große Gleichungssysteme schnell und effizient lösen kann: diese Verfahren können ganz allgemein bei der Berechnung netzartiger Strukturen genutzt werden. In diesem Zusammenhang wird auf die Möglichkeit, Sachverhalte aus den unterschiedlichen Netzarten aufeinander zu übertragen, hingewiesen: z.B. werden die Fehlerellipsoide in der Geodäsie zu Flexibilitätsellipsoiden bei mechanischen Strukturen.

Die Zuschnittsermittlung .d.h. die Verebnung der im räumlichen gespannten Textilfläche ist ein geometrischen Problem, das mittels mathematischer Abbildungsverfahren (Kartenprojektionslehre) gelöst wird.

## **Computergrafik in der Koordinatenmesstechnik**

Guth, Thomas  
Carl Zeiss Industrielle Messtechnik GmbH, Oberkochen

In die Software zur Handhabung von Koordinatenmessgeräten fand die 3D-Computergrafik in Form von CAD unterstützter Programmerstellung erst Einlass, als Ende der 90er Jahre keine teuren Grafikworkstations mehr dafür notwendig waren, sondern die Leistung eines PCs hierfür ausreichend war.

CAD - Unterstützung, basierend entweder auf selbstentwickelten oder käuflichen Modellierern, wird hauptsächlich zum schnellen maschinenfernen Erzeugen von Messabläufen und zur realistischen Simulation derselben verwendet.

Dadurch kann die Erstellung eines Messablaufs drastisch verkürzt und seine Qualität erhöht werden.

Durch die Einführung von neuen Sensoren, wie Laserscannern und dem Einsatz von Computertomographen zur Messung, werden nicht mehr nur einige Tausend sondern Millionen von Punkten verarbeitet.

Zur Handhabung dieser großen Punktemengen und zur Auswertung müssen neue Methoden entwickelt werden, da die bisher verwendeten Algorithmen zu langsam sind.

Vorgestellt wird die 3D-Koordinatenmesstechnik, sowie verwendete Softwaretechnologien, das Arbeiten am CAD-Modell zur Ablaufferstellung, Simulation, Kollisionsbetrachtung und die Ergebnisdarstellung größerer Punktemengen.

## **Automatische Reste-Erkennung und –Bearbeitung beim Ausfräsen geschlossener Konturen**

Franz, Tabea  
OPUS GmbH, Kirchheim Teck

Aufgrund der schnellen Entwicklung der NC-Maschinen sowie der CAM-/NC-Programmiersysteme wurde bereits vor 10 Jahren in einem Karlsruher Kolloquium „Fräsen – Wettbewerbsvorteile durch den Einsatz innovativer Technologien in der Fräsbearbeitung“ an Entwicklung und Verbesserung der Restmaterialerkennung und –Bearbeitung in CAM- und NC-Programmiersystemen appelliert.

Das Erkennen und Bearbeiten der Restbereiche erfolgte im System OPUS bislang durch den Benutzer und wurde automatisiert. Für 2,5D Bearbeitungen wurden Funktionen zur Anzeige, Analyse und Bearbeitung des verbleibenden Materials entwickelt. Erheblich kürzere Bearbeitungszeiten wurden erreicht, indem Leer-Wege reduziert, optimale Bahnen reduziert und das Erkennen aller Reste garantiert wird.

Im Vortrag wird die Vorgehensweise der Reste-Erkennung sowie Probleme, Lösungsansätze sowie die Umsetzung ins Programm und Einbindung in das OPUS-Modul Fräsen im GEOMAN vorgestellt und demonstriert.