

POLYEDER IM „POLYART“-STIL

Ulrich Mikloweit
Essen

In nichtkonvexen Polyedern sind Flächenteile unsichtbar, da andere sie verdecken. Bei „Polyart“-Polyedern wird der Versuch unternommen, die Struktur dieser Gebilde soweit wie möglich dadurch zu verdeutlichen, dass auch die verdeckten Teile sichtbar sind.

1. Warum „Polyart“-Polyeder?

Jedes Kind kennt Würfel und andere Platonische Körper aus Holz, Plastik oder anderen Materialien. Diese Festkörper sind meist massiv und alle Teile der Oberfläche sind vollständig sichtbar. Im Gegensatz dazu sieht man bei den nichtkonvexen Polyedern nur Teile der Grenzflächen an der Oberfläche und man vermutet, daß andere Flächenteile im Innern liegen, weil sie von anderen verdeckt werden.

Betrachten wir das berühmte „Stella Octangula“, ein Sternpolyeder mit acht Ecken, acht Kanten und einer gewissen Anzahl von Flächen (Fig. 1.1). Man kann sich vorstellen, dass hier acht kleine Tetraeder um ein oktaedrisch geformtes Stück Raum angeordnet sind (Fig. 1.2).

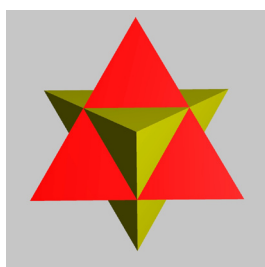


Fig.1.1

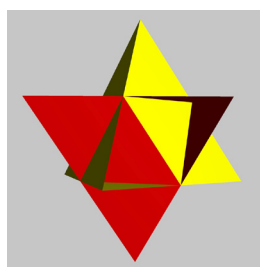


Fig.1.2

Andererseits kann das Stella Octangula als ein Arrangement zweier sich durchdringender Tetraeder angesehen werden, deren Kanten doppelt so lang sind wie die der kleinen Körper in Fig. 1.2. Aber es ist nicht offensichtlich, dass die Tetraeder sich wirklich durchdringen. Wenn man ein oder zwei kleine Dreiecke von der Oberfläche entfernt, um einen Blick ins Innere zu werfen, so sieht man, dass der Innenraum völlig hohl ist, obwohl die Oberfläche den Eindruck vermittelt, beide Tetraeder seien vollständig (Fig. 1.3).

Um zu zeigen, dass es sich tatsächlich um zwei große Tetraeder handelt, könnte man auch einen Körper komplett lassen, und beim zweiten ein großes Dreieck entfernen. Aber diese Darstellung stellt nicht wirklich zufrieden und ein physikalisches Modell dieser Form wäre unausgewogen (Fig. 1.4).

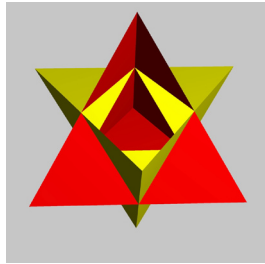


Fig.1.3

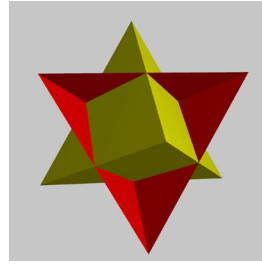


Fig.1.4

Mehr Transparenz erhält man, indem von beiden Tetraedern nur die Kanten dargestellt werden. Aber hier ist sehr viel Vorstellungsvermögen vonnöten, denn die Flächen und auch die Linien, entlang derer sie sich durchdringen fehlen gänzlich (Fig. 1.5).

Der “Polyart” – Stil versucht hier, so klar wie möglich das Stella Octangula als ein tatsächlich aus zwei sich durchdringenden Tetraedern bestehendes Gebilde darzustellen. Fast alle der oben erwähnten Ansichten werden gleichzeitig in einem einzigen physikalischen Modell realisiert. Löcher in den äußeren Flächenteilen geben den Blick auf die inneren frei. Auch die Flächenteile dieser Stelliation sind durchlöchert. Die innere Oberfläche des Polyeders ist somit ebenfalls sichtbar. Die Form der Löcher und die Färbung der Flächen sind so gewählt, dass man den Eindruck hat, daß sich große reguläre Vielecke durchdringen (Fig. 1.6).

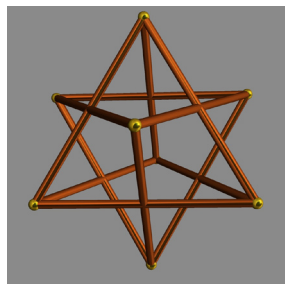


Fig.1.5

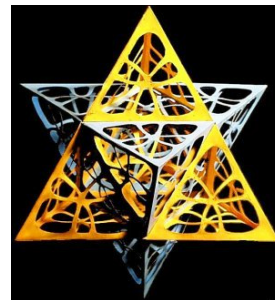


Fig.1.6

Natürlich kann man auch die Oberfläche konvexer Polyeder durchlöchern. Dadurch werden z.B. bei platonischen oder archimedischen Körpern die innere und die äußere Oberfläche gleichzeitig sichtbar (Fig. 1.7).

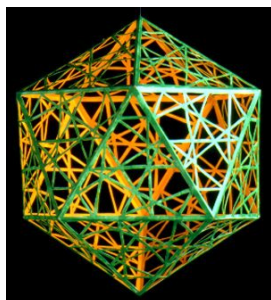


Fig.1.7a

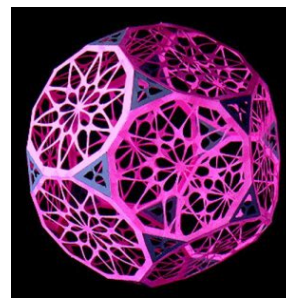


Fig.1.7b

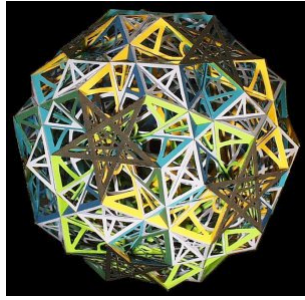


Fig.1.8a

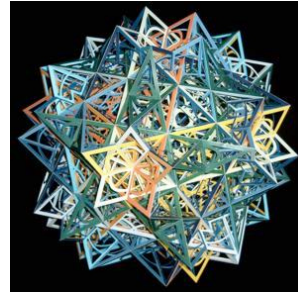


Fig.1.8b

Die Struktur eines singulären nichtkonvexen Polyeders, das nicht aus mehreren Individuen zusammengesetzt ist, wird deutlicher, wenn man sieht, dass sich die Flächen tatsächlich durch den Körper erstrecken (Fig. 1.8).



Fig.1.9a

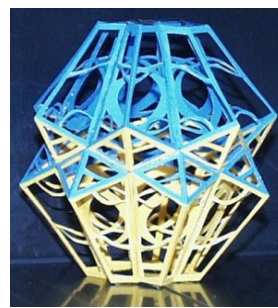


Fig.1.9b

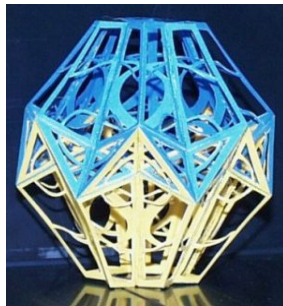


Fig.1.9c

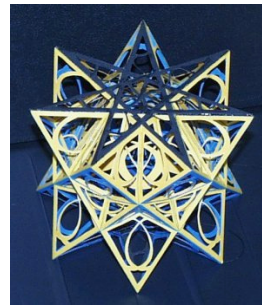


Fig.1.9d

2. Konstruktion von “Polyart”-Polyedern

Hat man das Muster, das sich auf jeder Fläche aus den Linien bildet, entlang derer sie von anderen Flächen durchdrungen wird, ist die Konstruktion leicht gemacht. Dieses Muster wird „Stellationsdiagramm“ genannt. Es kann mit einem Taschenrechner und mit Zirkel und Lineal konstruiert werden, allerdings ist es ratsam, die Diagramme allgemein zugänglichen Quellen zu entnehmen, von denen heutzutage mehrere zur Verfügung stehen. Hier seien genannt M. Wenningers Buch “polyhedron models”, V. Bulatovs “stellation applet” und R. Webbs “Great Stella”-Programm. Besonders letzteres ist sehr hilfreich bei der Untersuchung und Konstruktion von Polyedern. Die Fig. 1.1 - 1.5 wurden mit diesem Programm erstellt.

Man muss nur noch die für das angestrebte Modell erforderlichen Stellationen auswählen. Dann zeichnet man mit einem Vektorgraphikprogramm die 2D-Netze und druckt sie auf einfaches Kopierpapier. Die Netze werden mit Messern und Scheren ausgeschnitten und mit Papierkleber zusammengeklebt. Durch ihre innere Struktur sind die fertigen Modelle relativ stabil. Je komplexer ein Polyeder ist, desto mehr Schichten („Stellationen“) sind erforderlich. Somit wird deutlich, daß sich für diese Konstruktionen dünnes Papier am besten eignet, denn dann kann man die Materialstärke vernachlässigen, und es braucht keine Gehrung berechnet zu werden.

Bisher hat der Autor etwa 140 „Polyart“-Polyeder konstruiert. Sie können alle auf seiner Webseite <http://www.polyedergarten.de> betrachtet werden. Einige von ihnen sind uniform, aber es sind auch zusammengesetzte Körper und Facettierungen uniformer Polyeder dabei. Ziel des Autors ist es, den vollständigen Satz der 75 uniformen Polyeder zu konstruieren. Da hier die kompliziertesten Gebilde noch fehlen, wird diese Aufgabe noch mindestens weitere 10 Jahre in Anspruch nehmen.

3. Referenzen

Bulatov, Vladimir: „stellation applet“, http://www.physics.orst.edu/~bulatov/polyhedra/stellation_applet/index.html

McNeill, Jim: „Hedron“, <http://web.ukonline.co.uk/polyhedra/hedron.html>

Webb, Robert: „Great Stella“, <http://home.connexus.net.au/~robandfi/Stella.html>

Wenninger, Magnus: „Polyhedron Models“, Cambridge University Press, 1971, ISBN 0 521 09859 9

Dr. Ulrich Mikloweit,
Goebenstraße 5,
45139 Essen
h-u.mikloweit@uni-essen.de