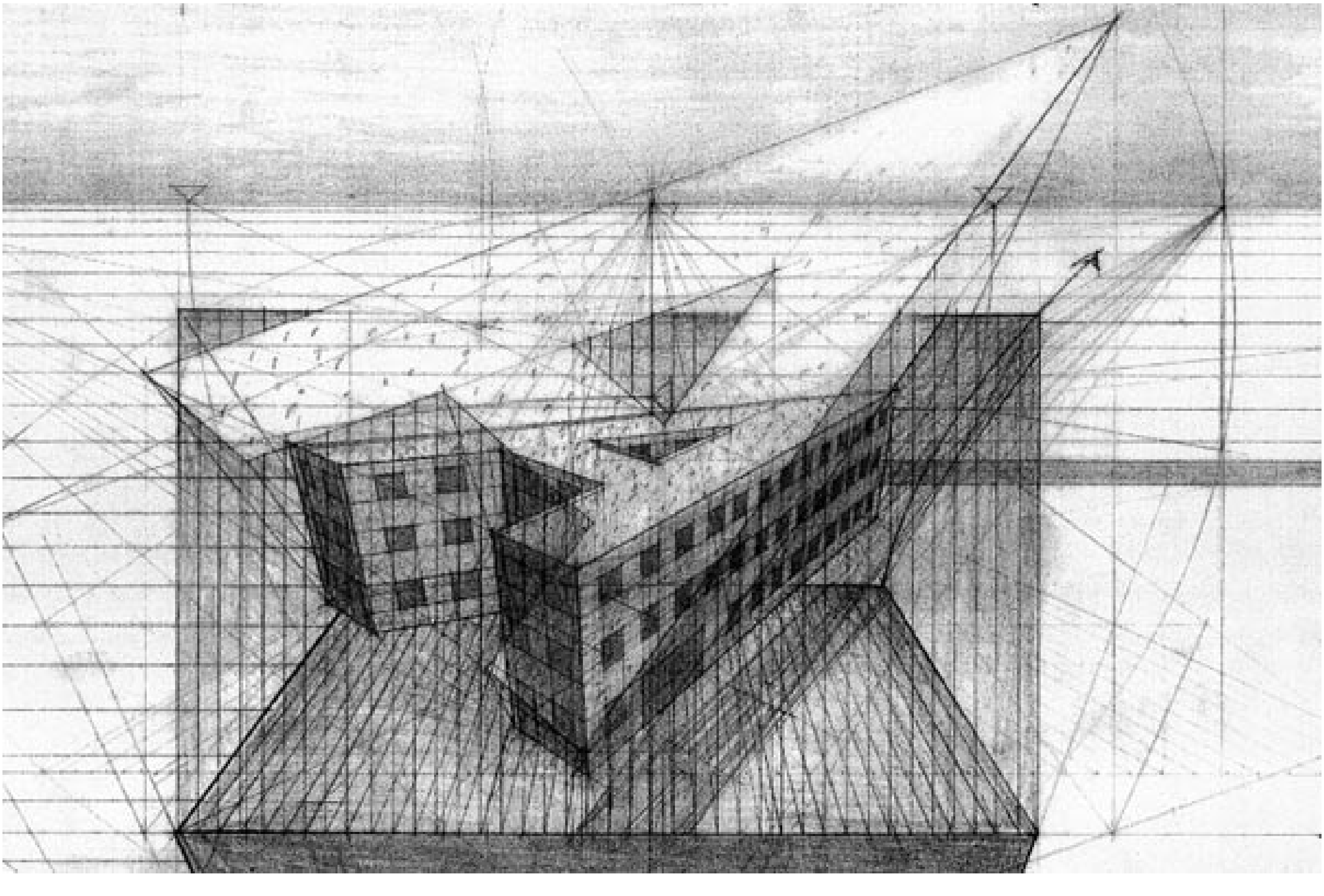
Fakultät für Architektur, Karlsruhe
Institut für Grundlagen der Gestaltung
Fachgebiet Darstellende Geometrie
Prof. Dr. Klaus Meirer

Darstellende Geometrie an der Architekturfakultät Karlsruhe
Lehre – pädagogisch-didaktische Experimente – Forschungsansätze



Perspektive II, Drehsehnenverfahren

Anne Kaestle

Dieser Text ist eine Erweiterung des Artikels, der für die zweite Broschüre der Fakultät, 2002/03, vorgesehenen war. Wegen der sprunghaften Zunahme der Homepage-Darstellungen der Institute und Lehrbereiche um diese Zeit und wegen Geldmangels wurde die Drucklegung dieser Broschüre nicht weiterverfolgt. Einfügungen und Erweiterungen des Originaltextes stammen zum Teil aus dem für die Tagung in Hannover (29. 02. 05) verfassten Positionspapier, das eine Sammlung persönlicher Reflexionen zum Geometrieunterricht in Einführungskursen Geometrie an Universitäten in Deuschland und zur Ausbildung von Lehrern für Mathematik/Geometrie nach den auf formale Ausbildung gerichteten Studienreformen der 70-er Jahre enthält.

Abb. 1: Cultural Centre of Ribeira Grande, Architekten: Didier Fiuza Faustino mit P. Mazoyer und J.L. Ngo

Einleitung

Durch die Beschränkung des Unterrichts von Geometrie im Fach Mathematik an Gymnasien in Deutschland – vor allem in den nördlichen Bundesländern – seit den Schulreformen in den 70-er Jahren im wesentlichen auf analytisch-algebraische Geometrie im Zahlenraummodell des 3-dimensionalen euklidischen Raumes und auf das Training der rechnerischen Methoden sind viele Abiturienten auf das Abarbeiten von vorgelegten Aufgaben im Koordinaten- bzw. Vektorraum nach andressierten Schritten konditioniert. Die für die Entwicklung der Raumvorstellung anregenden Lösungsmethoden derartiger Aufgaben nach konstruktiv-geometrischen Überlegungen und zeichnerischen Verfahren – parallel zur rechnerischen Lösung – wird seit nunmehr fast 35 Jahren von Mathematiklehrern vor allem in nördlichen Bundesländern nicht mehr gepflegt, großteils auch den Mathematikstudenten, insbesondere den Lehramtskandidaten nicht mehr in Übungen oder Seminaren vorgeführt bzw. als Übung abverlangt. Das für alle Technikstudiengänge aber auch für Designer, Architekten, zukünftige Chirurgen etc. so besonders hilfreiche *konstruktiv-analytische (deduktive*) und *konstruktiv-synthetische Denken* wird bei formalem Abarbeiten analytisch-algebraischer Operationen nicht angeregt, im Gegenteil, die Raumvorstellung begibt sich dabei in Schlafstellung. – Allein schon der Übergang vom Punktraum der Zahlentripel, zu einem Raum der sinnlichen Erfahrung für Hand und Auge mit von ebenen Facetten bekleideten Körpern, in dem es nun ständig ein Oben und Unten gibt, etwas *abgeschnitten, verbunden* oder von vorne oder hinten *beleuchtet* wird, ist für mehr als die Hälfte der HörerInnen am Anfang ihres Studiums ein Novum, ein qualitativer Sprung ins kalte Wasser der Erfahrung und des selbständigen Denkens, eben der Übergang vom tracheenatmenden *Flächler* zum bewusst lungenatmenden *Räumler* (Abb. 2, 3, 4). Um diesen Schritt vom naiven, vorbewußten Raumerlebnis zu einem begrifflich klar gefaßten Raumdenken auch für den „anwendungsorientierten Normalverbraucher“ *begreifbar* und vor allem erfreulich *erlebbar* zu machen, ließ sich der Autor seit seiner Berufung auf diese Geometrieprofessur von dem Vertrauen auf die in der Kulturgeschichte feststellbaren und in jedem Individuum eingeprägten, zunehmend bewußt werdenden „geometrischen“ Erlebnisse und Erfahrungen aus dem Alltagsleben (*haptisch:* Ergreifen, Begreifen im Raum, *visuell:* Sehen, Anpeilen als Beobachter und Bildzeichner) leiten. Eine besondere Rolle für diesen *pädagogisch wirksamen ersten Schritt* – das ist *nicht ein didaktischer Schritt* oder *manipulative Taktik* – spielte dabei stets der Hinweis auf *Zeichnungen* (*grafische Protokolle*) von *inneren Vorstellungen* und *ausgedachten Geschichten* beim Kinde [8,0] und das Erinnern an die eigenen biographischen Erfahrungen im dreidimensionalen physikalischen und innerseelischen „Raum“. In Kinderzeichnungen sind unter anderem genügend viele elementare, vorbewußte Raumerfahrungen protokolliert (Abb. 2), um davon ausgehend den Ariadnefaden in Richtung einer ersten, nach strengeren Regeln gefaßten technischen Zeichnung zu lenken. Außerdem soll die Medi-

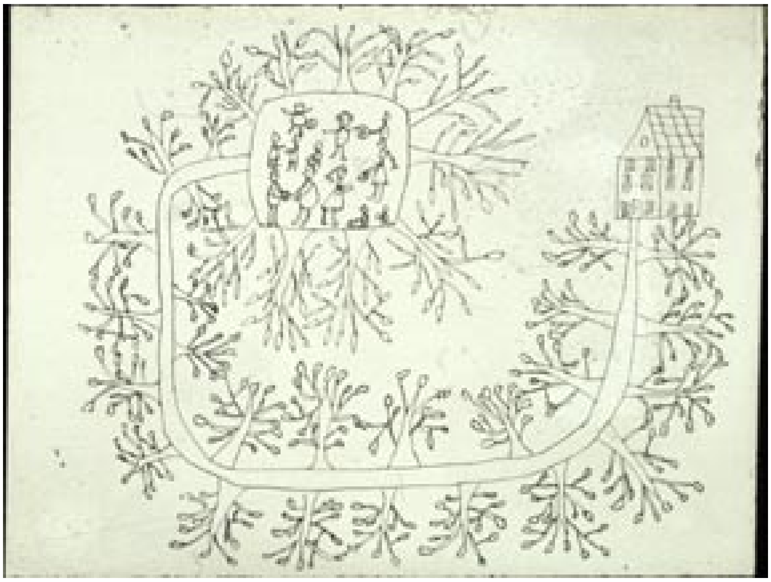


Abb. 2: Zeichnung eines 10-jährigen Kindes („ägyptische Phase“)

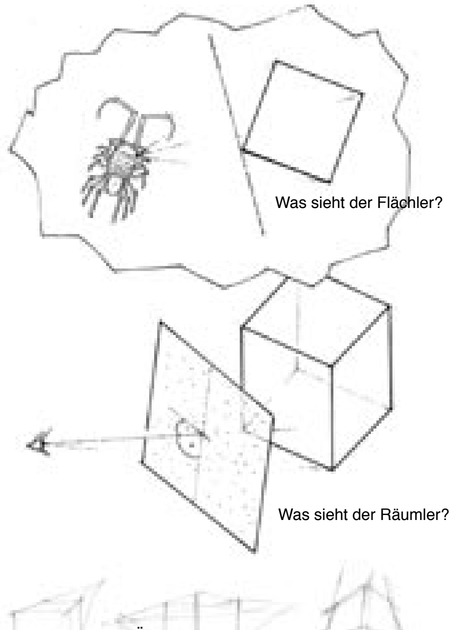


Abb. 3: Aus Übungsskript 1: „Vom Flächler zum Räumler“

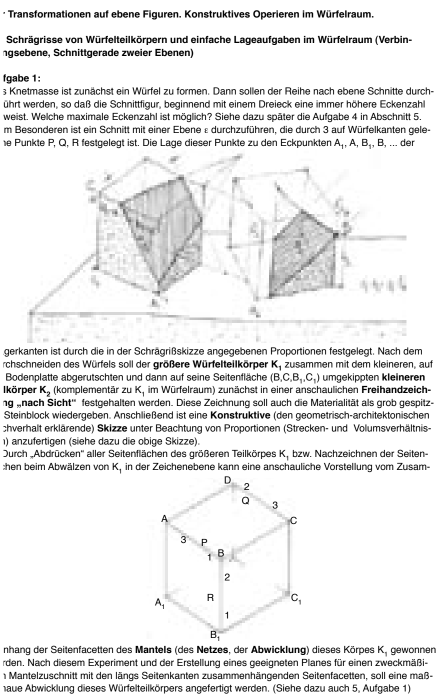
tation über diese nicht intellektuell kontrollierten *Kinderzeichnungen* und *Protokolle inneren Erlebens* auch Impuls für Hörerinnen und Hörer sein, die eigenen, durch zielorientierte Wissensvermittlung an Gymnasien zurückgedrängten Gestaltungs- und Bewußtseinskräfte, in freier Entscheidung und Übung zu aktivieren.

Wegen der fatalen Situation hier in Deutschland, dass Lehrer und damit auch Schüler im mathematisch-naturwissenschaftlichen Bereich zwar genügend mathematisch-kalkulativ aber nicht genug vorstellungsmäßig angeregt und damit zu eigenständigem, geometrisch-operativem Denken befähigt und ausgebildet sind, hat der aus Österreich stammende Geometrielehrer von Anfang an daran gearbeitet, diese Lücke in den gymnasialen Ausbildungsgängen ernst zu nehmen und durch „Beifüttern“ von klassischer Elementargeometrie [7,1] zu überbrücken. Dazu wurden zunächst für den Pflichtunterricht „Raumgeometrie und Abbildungsgeometrie (Darstellende Geometrie)“ entsprechende Begleitskripte [7] sowohl für den Unterricht als auch für die Übungen entwickelt. Diese Skripte blieben mehrere Jahre phantasieanregende Baustellen, einige wurden mehrmals, andere weniger oft überarbeitet . Eine vorzeigbare Ausarbeitung der wesentlichen Teile dieses in mehreren Jahren aufgebauten, im Unterricht erprobten Materials [7] konnte vor 3 Jahren gestartet werden und steht nun – zeitgleich mit meinem Ausscheiden – vor dem Abschluß. Hinweise zum Unterrichtsprogramm und vor allem Arbeiten von Studierenden im Pflicht- und Wahlpflichtteil sind in der Homepage des Lehrbereichs zu finden. Von den beiden in den 90-er Jahren gedruckten Broschüren mit je 100 studentischen Arbeiten –Axonometrien und Perspektiven (mit Schatten) in Verbindung mit einem laufenden Projekt im Fach Baukonstruktion und Entwerfen – gibt es noch Restexemplare [7,7], [7,8]*.

In diesem Text werden zunächst Motivationen für **Vertiefungskurse in Geometrie** im Zusammenhang mit **Architekturausbildung** dargestellt. Daran anschliessend sind die grundlegenden Ansätze für die Wahlpflichtfachkurse Darstellende Geometrie II und Perspektive II und für Wahlfachkurse/Seminare skizziert. Der Bogen spannt sich dabei von den für die handwerkliche Fertigung notwendigen Maßaufgaben der Darstellenden Geometrie, Wissensvermittlung über Kurven- und Flächenklassen und ihre konstruktiv-geometrische Behandlung – auch im Zusammenhang mit der Anwendung von CAD-Systemen – bis hin zu bewußtseinsvertiefenden Betrachtungen über Tastsinn und Sehsinn beim Vergleich von euklidischer Geometrie und nichteuklidischer (hier: elliptischer) Geometrie der Fluchtelemente von Geraden und Ebenen einer Perspektive.
Den Abschluß bilden Hinweise zu **Experimenten** und **Forschungsansätzen** zu folgenden Themenbereichen:

1. Schaffung geeigneter **Skripte** für Unterricht und Übungen im Pflicht- und Wahlpflichtfach [7]
2. **Geometrie–Texte** (Reader zu bestimmten Thmen), [8], die

2.1 ein **Selbststudium** und den



· Transformationen auf ebene Figuren. Konstruktives Operieren im Würfelraum.

Schrägrisse von Würfelteilkörpern und einfache Lageaufgaben im Würfelraum (Verbin-
ngsebene, Schnittgerade zweier Ebenen)

fgabe 1:
s Knetmasse ist zunächst ein Würfel zu formen. Dann sollen der Reihe nach ebene Schnitte durch-
ührt werden, so daß die Schnittfigur, beginnend mit einem Dreieck eine immer höhere Eckenzahl
weist. Welche maximale Eckenzahl ist möglich? Siehe dazu später die Aufgabe 4 in Abschnitt 5.
m Besonderen ist ein Schnitt mit einer Ebene ε durchzuführen, die durch 3 auf Würfelkanten gele-
ne Punkte P, Q, R festgelegt ist. Die Lage dieser Punkte zu den Eckpunkten A_1, A, B_1, B, ... der

gerkanten ist durch die in der Schrägrißskizze angegebenen Proportionen festgelegt. Nach dem
rchschneiden des Würfels soll der **größere Würfelteilkörper K_1** zusammen mit dem kleineren, auf
Bodenplatte abgerutschten und dann auf seine Seitenfläche (B,C,B_1,C_1) umgekippten **kleineren
lkörper K_2** (komplementär zu K_1 im Würfelraum) zunächst in einer anschaulichen **Freihandzeich-
ng „nach Sicht“** festgehalten werden. Diese Zeichnung soll auch die Materialität als grob gespitz-
Steinblock wiedergeben. Anschließend ist eine **Konstruktive** (den geometrisch-architektonischen
chverhalt erklärende) **Skizze** unter Beachtung von Proportionen (Strecken- und Volumsverhältnis-
) anzufertigen (siehe dazu die obige Skizze).
Durch „Abdrücken“ aller Seitenflächen des größeren Teilkörpes K_1 bzw. Nachzeichnen der Seiten-
chen beim Abwälzen von K_1 in der Zeichenebene kann eine anschauliche Vorstellung vom Zusam-

nhang der Seitenfacetten des **Mantels** (des **Netzes**, der **Abwicklung**) dieses Körpes K_1 gewonnen
rden. Nach diesem Experiment und der Erstellung eines geeigneten Planes für einen zweckmäßi-
Mantelzuschnitt mit den längs Seitenkanten zusammenhängenden Seitenfacetten, soll eine maß-
naue Abwicklung dieses Würfelteilkörpers angefertigt werden. (Siehe dazu auch 5, Aufgabe 1)

Abb. 4a: Übungsskript 1, erste Wochenaufgabe

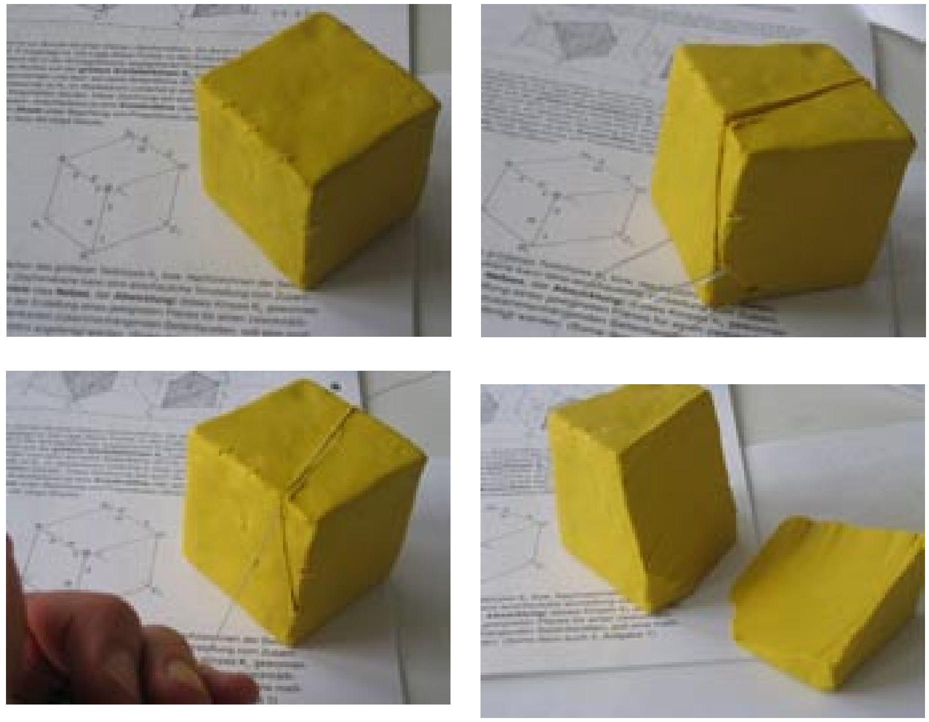


Abb. 4b: Würfel aus Plastilin formen, 3 Punkte der Schnittebene nach vorgegebenen Proportionen eintragen, mit Draht den ebenen Schnitt zustandebringen, Anleitungen EUKLIDs aus dem Unterricht beachten, z.B.: „Eine Ebene schneidet zwei zueinander parallele Ebenen nach zueinander parallelen Geraden“, ...etc.

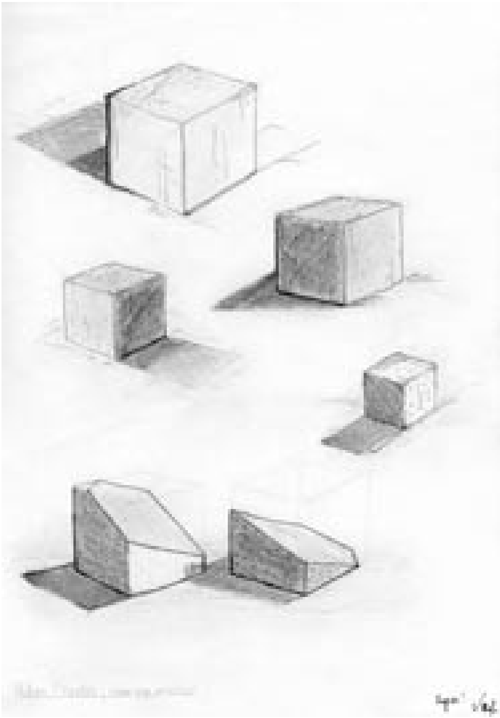
Übergang zum **Literaturstudium** für praxisbezogene Gebiete der Geometrie ermöglichen [8,2], [8,4-6]

2.2 den Zusammenhang herstellen zwischen **Geometrieunterricht, Bewusstseinsbildung, europäischem Kultur- und Geistesleben** [8,1], [8,3],[8,6] bzw. **„EUKLID“** (Europäische Kultur- und Ideengeschichte) [9].

Geometrie für Architekten in Vertiefungskursen

Wer heute als Geometrielehrer an einer Architekturfakultät gelegentlich in einer avantgardistischen Zeitschrift, etwa im *ArchiLab* [1] schmökert – als Geometer auf Formenjagd geht – und nach eher schwer verdaulichen Projektbeiträgen mit qualligen Blobs und ähnlichen Wohlstandsmonstern („Die Zeit“, Nr. 30, 2001, Feuilleton) die zahlreichen spannenden, geometrisch äußerst anspruchsvollen Raumstrukturen und bewußt gestalteten Freiformflächen goutiert (siehe Abb. 1 und Abb. 15), darf nicht abrupt an das durchschnittliche Auffassungsvermögen von ArchitektureinsteigerInnen in Basiskursen erinnert werden. Eine allzu rasche gedankliche Vergegenwärtigung dieser gewaltigen Niveauunterschiede zwischen *real existierendem Vorstellungsvermögen* von ungefähr der Hälfte aller Erstsemestrigen und der enorme Anspruch und die beachtlichen Vorstellungsleistungen zeitgenössischer ArchitekturdraufgängerInnen im Entwickeln von nicht orthogonalen Raumstrukturen in Kombination mit frei geformten Flächenteilen könnte eine berufsabbrechende Spontanhandlung in Form von „Geschirr abschnallen“, „Löffel fallen lassen“, etc. zur Folge haben, zumindest aber ein seelenschmerzlösendes Heulen mit den jüngst oft genannten *Pisa-Wölfen*.

Viele der experimentellen und computergenerierten Formen und Raumstrukturen in aktuellen avantgardistischen Entwürfen (nicht-orthogonale Stabwerke, kristallin-polyedrische Objekte, Knäuel- und Bandstrukturen, Blobs, Monster und diverse abartige Weichformen) erinnern einen alten Geometerhasen stark an künstlerisch umgesetzte Formen und Gebilde aus Gebieten der höheren und hohen Mathematik und Geometrie: Topologie, insbesondere Knotentheorie, Fraktale Strukturen, Minimalflächen und mehrschichtig zusammenhängende Definitionsgebiete analytischer Funktionen, stetige Mengen von Lösungsflächen zu Differentialgleichungen in der Strömungslehre, windschiefe und abwickelbare Regelflächen mit besonderen Leitkurven, etc.. Derartige mathematisch definierte, für die Vorstellung zunächst nicht greifbare Gebilde, die i.a. nicht wegen ihres ästhetischen Reizes sondern meist als Lösungsflächen für ein ganzes Bündel spezieller geometrischer oder physikalischer Eigenschaften und Anforderungen berechnet und erforscht wurden, begeistern durch ihr inneres, verborgenes Gefügtsein und ihre spannungsvolle Komplexität zunehmend seit rund 15 Jahren - nach flächendeckender Darstellungsmöglichkeit analytisch beschreibbarer Gebilde durch Rechnereinsatz - nicht nur die Vorstellungswelt einiger



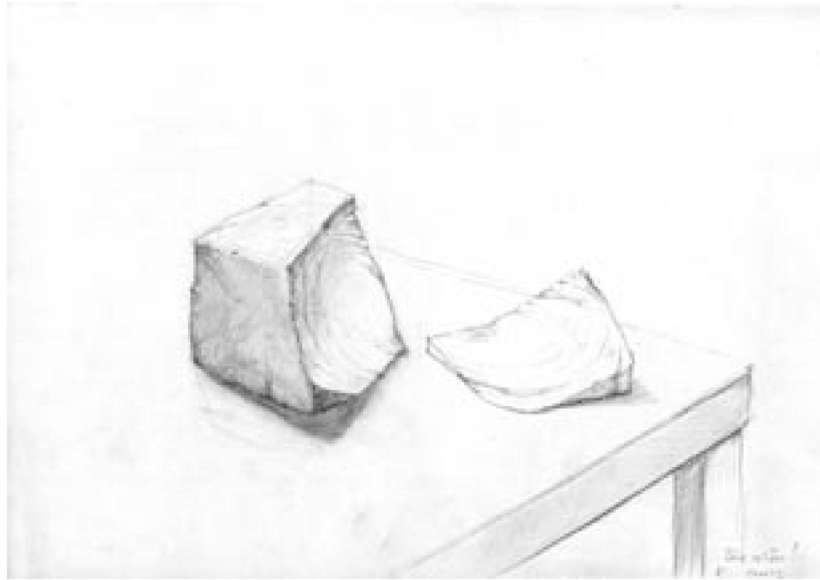


Abb. 4c: Die beiden Körper als Komposition nach Sicht gezeichnet, unter Beachtung der Proportionen und Helligkeitsverteilung

Spezialisten. Beinahe verschwunden aus dem Formenrepertoire der Architektur sind im Moment die nicht abwickelbaren Flächen 2. Ordnung (Ellipsoide, Paraboloide, Hyperboloide,) mit eiförmigen bzw. sattelförmigen Flächenpunkten, die Ende der 60-er und 70-er Jahre als statisch günstige Formen zur Überdachung weitgespannter Flächenzonen zum Einsatz kamen (siehe dazu [5], [6]). Vielleicht werden sie derzeit als zu wenig aufreizend empfunden im Vergleich zu den üppigeren Angeboten aus den Datenbankkisten? Wie damals zur Zeit der dünnwandigen Betonschalenflächen 2. Ordnung, springen dem aufmerksamen Betrachter nun wieder die alten Probleme der „angemessenen Bekleidung" bzw. Oberflächenstrukturierung und ihrer bewußt gesetzten architektonischen Randführung für die oft riesigen Flächenhäute ins Auge. Auch die Frage nach der Verträglichkeit spektakulärer und hypertropher Formgestalten mit Landschaft oder umgebendem Ensemble wird sich auf Dauer nicht verdrängen lassen und bewußtseinsfördernde Reaktionen in der Architekturausbildung erfordern.
Ein Zitat aus dem Artikel „Das Monster kommt näher" von Thomas Assheuer in Die Zeit, Nr. 30, 2001, mag belegen, in welche Höhen sich manche auf diese computergenerierte Formenwelt gestützten Ideologien bereits verstiegen haben:

„... .Denn der Computer, so flüstern sich die Blobmeister zu, schafft eine Direktverbindung zwischen Geist und Natur. Weil diese Maschine im Spätstadium der Gattung erfunden wurde, sei sie gleichsam ein Lieblingskind der Evolution, eine seinsnahe Schnittstelle, in der sich die „Natur" zeigt wie an ihrem ersten Schöpfungstag. Der japanische Architekt Makoto Sei Watanabe glaubt ganz gewiss daran. Er entwirft biomorph quellende, weiche und organische Formen, die mit kalter Sanftmut aus einer U-Bahn-Station herauswuchern, ... wie die ersten Skulpturen des gentechnischen Zeitalters. Sie bringen ein vegetatives Chaos in die soziale Ordnung, um selbst eine neue, diesmal natürliche Ordnung zu stiften. Watanabe nennt seine Formen „evolutionär", weil das Computerprogramm gelernt habe, knappe Vorgaben aufzunehmen („angenehm", „dynamisch"), um sich dann selbst zu steuern. Die generative Logik des Computers, sagt er, ähnle der Logik der bilderlosen Evolution. ...."

Die Blob-, Band- , Knäuel- und Fraktal-Architekten können heute mittels elektronischer Datenbanken und CAD-Software einen nahezu unbeschränkten Formenschatz zum Einsatz bringen. Ist erst einmal ein digitales Modell von dem erdachten Objekt generiert, unabhängig davon, ob dazu zuerst von einem Künstler ein Prototyp mit Draht und Lötkolben, Gips oder Ton fabriziert oder ob das Gebilde gleich mit entsprechender Software am Bildschirm erzeugt wurde, in jedem Fall hat man mit dem digitalen Koordinatenmodell das Ei des Kolumbus für seine geometrische Erfassung – unabhängig vom Maßstab – in der Hand. Ohne besondere mathemathisch-geometrische Vorbildung können auf Knopfdruck maßgenaue ebene

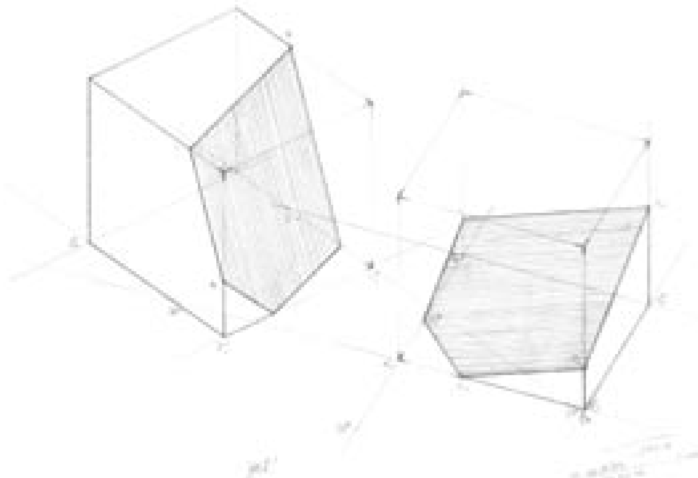


Abb. 4d: Von den beiden Körpern ist im letzten Übungsschritt auf Grund des geometrischen Wissens zuerst eine konstruktive Skizze, dann eine Zeichnung mit Lineal anzufertigen.

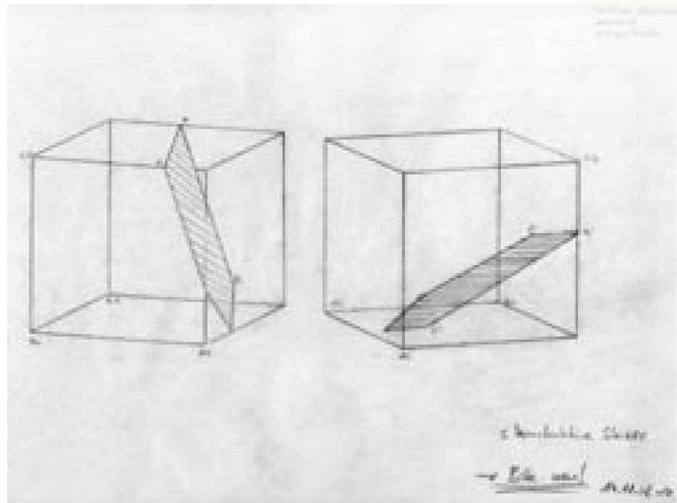


Abb. 4e: Auch derartige, ernstgemeinte Ergebnisse kommen vor

Schnitte, insbesondere die für die Bauausführung grundsätzlich wichtigen Vertikal- und Horizontalschnitte, dargestellt und im Prinzip, zumindest als Modell, NC-gesteuert gefertigt werden. Je nach Software lassen sich auf Wunsch weitere Systeme von Flächenkurven, etwa Fallkurven, Krümmungslinien und Isophotenkurven etc., außerdem Schatten und Lichtreflexe einblenden. Die Berechnung von Flächeninhalten krummer Oberflächen für den Materialverbrauch scheint bereits Standard zu sein. Ausgerüstet mit einer derartigen digitalen Heimwerkerausrüstung muß der avantgardistische Architektur-Experimentator (fallweise Blobmeister) zunächst eher wenig konstruktiv-geometrische Kenntnisse im alten Sinn mitbringen. Außerdem kann die Arbeit des Modellbauens für derartig komplexe, als digitale Objekte generierte Formen seit neuestem auch durch schichtenweise aufbauende Objektmodellierer, sogenannte Prototyper, übernommen werden. Will der entwerfende Architekt aber aus irgend einem Grunde interaktiv an dem zum Teil durch Software-Triebmittel („angenehme" , „dynamische", „0815" generative Logik) quasi hefekuchenartig erzeugten Produkt eingreifen, etwa gewisse Schnittprofile festlegen oder die Flächenzonierung für die Oberflächengestaltung nach bautechnischen Gesichtspunkten sinnvoll konzipieren, so wird er zwangsläufig auf Kenntnisse einer vertieften Grundausbildung in klassischer Geometrie zurückgreifen müssen und das dabei erworbene Verständnis für konstruktiv-differentialgeometrische Sachverhalte als universell nützlich erleben. Geradezu dankbar aber werden diejenigen Architekten, Baukonstrukteure, Bauleiter etc. sein, welche diese Formen zusammen mit Handwerkern und Bauarbeitern in die materielle physische Gestalt umsetzen müssen.

Auch wenn die derzeit zunehmende Formeneuphorie in gewissen Teilbereichen der Architektur schon aus Kostengründen eher ein vorübergehendes Phänomen sein wird, so kann doch ganz pragmatisch gefolgert werden:
Vielleicht nicht generell, aber doch für einen Teil der interessierten Architektureleven und Elevinnen wird eine Vertiefung in Geometrie hilfreich sein, in jedem Fall aber bewußtseinserweiternd. Wegen der direkten Einbindung in die Fakultät, habe ich von Anfang an im *Wahlpflichtfachbereich* Vertiefungskurse in Geometrie angeboten (4 SWS pro Semester) und im *Wahlfachbereich* mit dem jeweiligen Assistenten (bisher 0,5 BAT-Stelle) Seminare zu aktuellen Themen: *„Kurs Fotomontage„* (Dipl. Ing. Stephan Baumann, ab SS 2000), *„Entwickeln von Freiformflächen"* (Dipl.-Ing. Udo Beyer). Während der Zuspruch zu „Fotomontage" von Seiten der Studierenden von Anfang an hoch war ist dieser bei „Freiformflächen" wegen der anspruchsvolleren Vorkenntnisse bis dato ernüchternd gering.

Vertiefung Geometrie im Wahlpflichtfachbereich der Oberstufe

Die Auswertung der Teilnehmerzahlen für die vergangenen 15 Jahre hat gezeigt, dass pro Semester rund

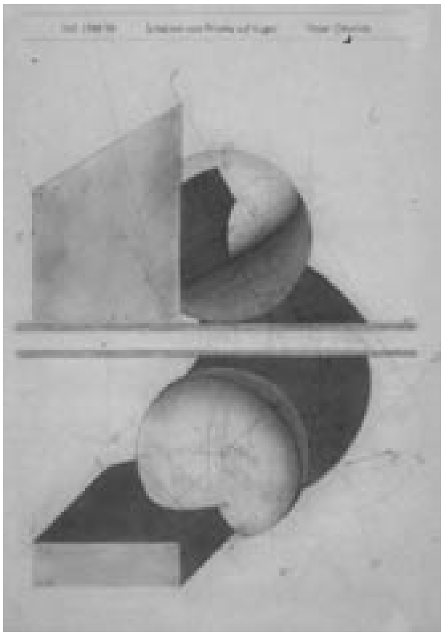


Abb. 5: Kugel und Scheibe unter Prallelprojektion
(Peter Ohnrich, WS 98/99)

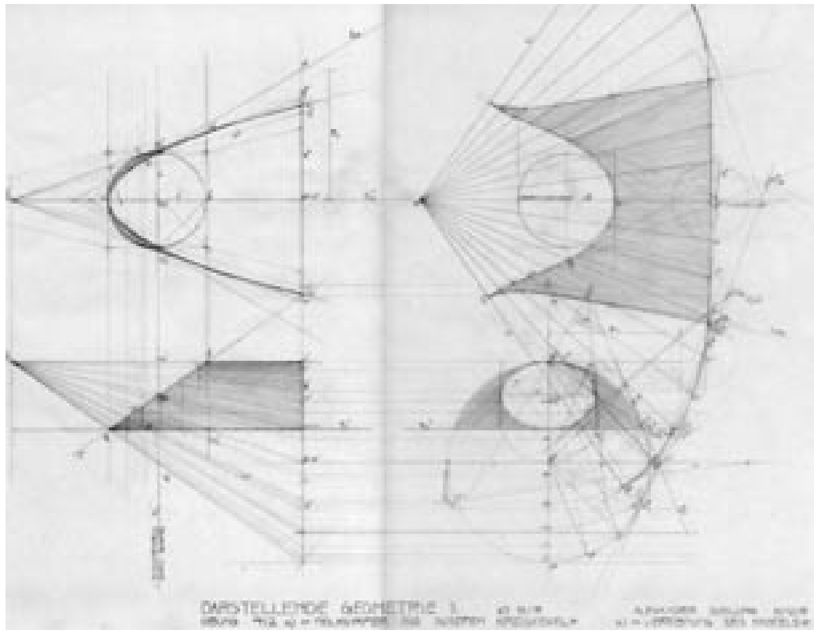


Abb. 6: Segment eines orthogonalen Kreiskegels mit Parabel- und Ellipsenschnitt in GR. und AR..
Verebnung des Mantelspunkt- und tangentenweise (Alexander Schilling, WS 98)

10 bis 15 % der Studierenden eines Jahrganges in einem vertiefenden Ausbildungsschritt zu einem verständigen und bewußten Umgang mit mathematisch-geometrisch definierten Formen und Strukturen und ihrer konstruktiv-geometrischen, teilweise auch mathematisch-analytischen Behandlung herangeführt werden kann.
Um willige HörerInnen nicht abzuschrecken, muß die Verbindung von geometrisch begrifflicher Objekterfassung und sachgemäßer analytisch-mathematischer Behandlung, insbesondere der lokal-differentialgeometrischen Eigenschaften von Kurven und Flächen möglichst einprägsam und anschaulich gestaltet werden.

Eine Auflistung der Lehrinhalte und der zu bearbeitenden Themenkreise für beide Wahlpflichtfachkurse, Darstellende Geometrie II und Perspektive II, mit jeweils 4 SWS, und für die Wahlfachthemen, „Studienarbeiten zu einem Entwurf“, „Kurs Fotomontage“, „Entwickeln von Freiformflächen“ mit jeweils 2 SWS, ist in der Homepage des Fachbereiches zu finden. Der Kundige wird daraus sofort ablesen, daß hier in Deutschland, wegen der zu geringen Vorkenntnisse der Studienanfänger in Geometrie eigentlich erst in den Vertiefungskursen ernstlich mit dem Training der grundsätzlichen Verfahren und Methoden der klassischen Darstellenden Geometrie, nämlich mit der Herstellung neuer Ansichten (Umprojektion, Seitenrißketten), der Lösung von Maßaufgaben, Durchdringungen etc. begonnen werden kann (ab Abb. 5). Wem diese Behauptung als überzogen erscheint, der mag das jüngst erschienene, äußerst anregende Buch des österreichischen Autors *G. Glaeser „Geometrie und ihre Anwendungen in Kunst, Natur und Technik“*, [2], in die Hand nehmen – Herr Glaeser ist Lehrer für Darstellende Geometrie an der *Akademie für Angewandte Kunst* in Wien – und überprüfen, wie viel allein von der elementaren Geometrie der Ebene bei den derzeitigen Absolventen der Gymnasien (wohl nicht nur in Deutschland) nachzuholen ist, um die einfachsten geometrischen Phänomene in der Natur, Durchdringungen von Flächen, Spiegelungen oder Schattenwürfe, Bewegungsabläufe, etc. begrifflich klar zu unterrichten bzw. für willige Studierende nachvollziebar zu machen.

Den Teilnehmern der Fortgeschrittenenkurse wird zumindest zugemutet, daß nun zuerst die für Anfänger vorstellungsmäßig schwierigen konstruktiven Methoden der Darstellenden Geometrie vertieft und bis zur verinnerlichten Verfügbarkeit trainiert werden müssen, ehe weiter ins Mittelgebirge interessanter geometrischer Flächenklassen und Fragestellungen vorgedrungen werden kann.
Nach wie vor gilt für jeden pädagogisch-didaktisch wirkungsvollen Lehrgang, daß von einfachen, grundsätzlich gültigen, zu komplexeren und verwobeneren Sachverhalten fortzuschreiten ist. Keine Schulungsdisziplin kann dieses Grundmuster des Synthetisierens und Konstruierens komplexer Gebilde aus einfachen Grundelementen unter Beachtung begründbarer Regeln und logischer Schritte objektiver und anschaulicher vorführen als die historisch erste, auf klaren, aus der Alltagserfahrung abstrahierten Begriffen, Axiomen und Folgesätzen aufgebaute Modellwis-

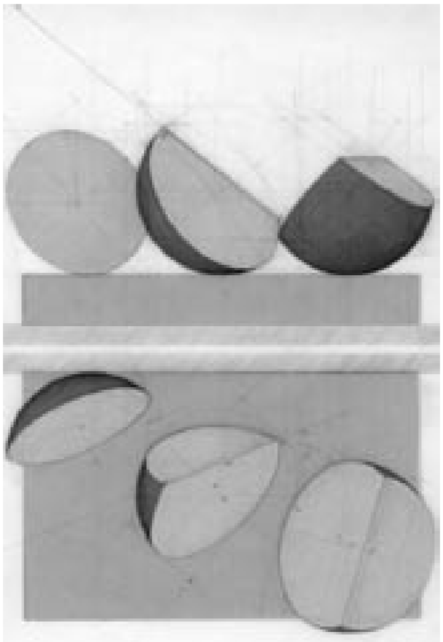


Abb. 7: Komposition von drei Segmenten einer einzigen Kugel. Die Kante des mittleren Segmentes und der Neigungswinkel der Schnittebenen durch diese Kante waren vorgegeben (Alexander Schilling)

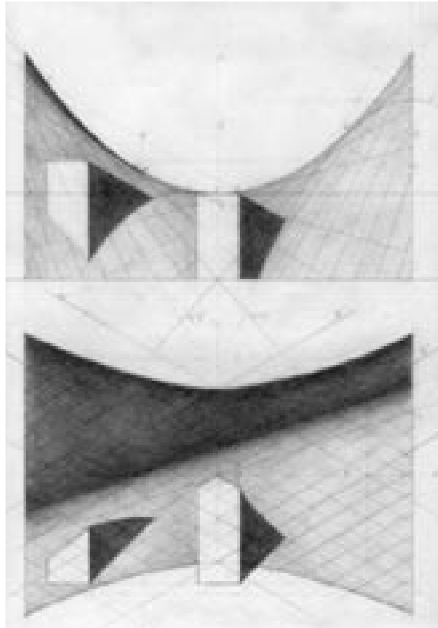


Abb. 8: Hyperbolisches Paraboloid (HP-Fläche) mit Scheibenelementen unter Parallelbeleuchtung von links (Margit Ruppert)

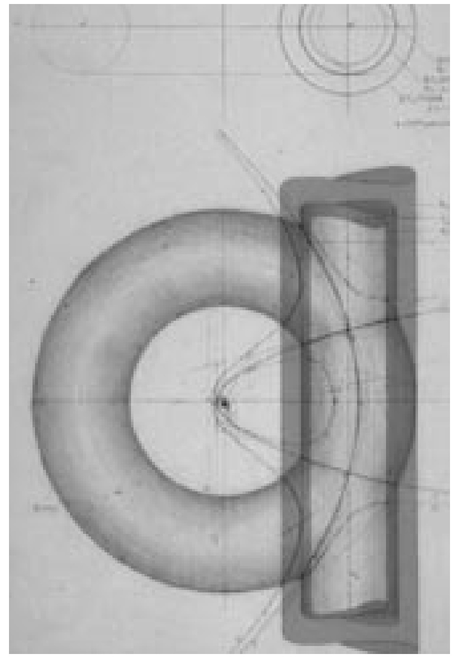


Abb. 9: Schnitt eines Torus mit drei verschieden dicken Drehzylindern. Die Achse der Drehzylinder liegt in der Mittenkreisebene des Torus (Alexander Schilling)

senschaft *Euklidische Geometrie*. Im allgemeinen sind Mathematiklehrer mit diesen archaisch-logischen Argumentationsweisen nicht mehr vertraut, weil sie an den Universitäten eher Mannigfaltigkeiten oder Knotentheorie hören als eine Axiomatik der Geometrie mit Anwendungsbezug zur künftigen Unterrichtspraxis an einer allgemeinbildenden höheren Schule.

Darstellende Geometrie II

In diesem Vertiefungskurs stehen nicht mehr ausschließlich Architekturbeispiele und ihre Darstellung im Vordergrund wie im Basiskurs DG I. Die Aufgabenstellungen sind stärker auf geometrische Körper und ihre Eigenschaften, ihre gegenseitige Lage und Durchdringung ausgerichtet. Ausdrücklich gewünscht sind eigenständig geometrisch-analytische Untersuchungen von Baukörpern, selbst gewählte Annahmen und Kompositionen elementargeometrischer Körper als Abwandlung der gestellten Aufgabe (siehe Abb. 5 bis 9), insbesondere Bezüge zu eigenen Projekten oder zu interessanten Bauwerken. Wegen der großen Zahl von Übungen und der im Vergleich zu anderen Wahlpflichtfächern doch sehr langen Bearbeitungszeit (für sorgfältige konstruktive und graphische Ausführungen – mit Handwerkszeug oder CAD) sind eigene Beiträge für Aufgabenstellungen eher selten. Umso erfreulicher aber ist das Ansteigen der Qualität der abgelieferten Arbeiten seit Mitte der 90-er Jahre, als ich die schriftliche 4-stündige Abschlußprüfung durch Abgabe einer Sammelmappe mit den ausgeführten Wochenübungen plus Konstruktionsbeschreibungen und drei umfangreichere Abschlussbeispiele ersetzte.

Um Studierende möglichst nicht auf zu sehr von Mode oder Zeitgeist bedingte Architekturobjekte zu prägen, habe ich es lange Zeit vermieden, konkrete Bauwerke nach persönlicher Wahl hinsichtlich ihrer Geometrie zu analysieren. Die Studierenden sollten selbst sehen und analysieren lernen, eigene Fragestellungen entwickeln und bei Bedarf an mich herantreten. Vor einiger Zeit kam ein Student zu einer Korrekturbesprechung mit einem Projekt des japanischen Architekten *Shuhei Endo* (Abb. 24 aus [1]), das eine Fülle nicht alltäglicher geometrischer Fragestellungen aufwirft. Dieses Problem wird im Teil **Experiment & Forschung** (**E&F**) formuliert und in eine geometrische Untersuchung übergeführt. (Ausführliche Darstellung dazu in [8,4]).

Ein weiterer Beitrag aus dem Unterricht DG II, der in die Sparte E&F fällt, hat mit didaktischen Bemühungen in diesem Fach zu tun. An Hand von einprägsamen, nachhaltig gültigen Beispielen zur **Entwicklung von Konstruktionsverfahren** soll die Kraft und der Ideenreichtum beim *konstruktiv-analytischen* und *konstruktiv-synthetischen* Denken (griechischer Ansatz der Geometrie) nahegebracht und in Vergleich gesetzt werden zur *analytisch-algebraischen Methode* der Geometrie ab *Descartes*. In dem Aufsatz *„Paare Apollonischer Drehflächen“* (ausgearbeitet in [8,6]), werden zur Belebung der ganzen Palette von Kegelschnittkonstruktionen und ihrer Eigenschaften, ausgehend von den Apollonischen Brennpunktsdefinitionen von Ellipse (Abb. 16) und Hyper-

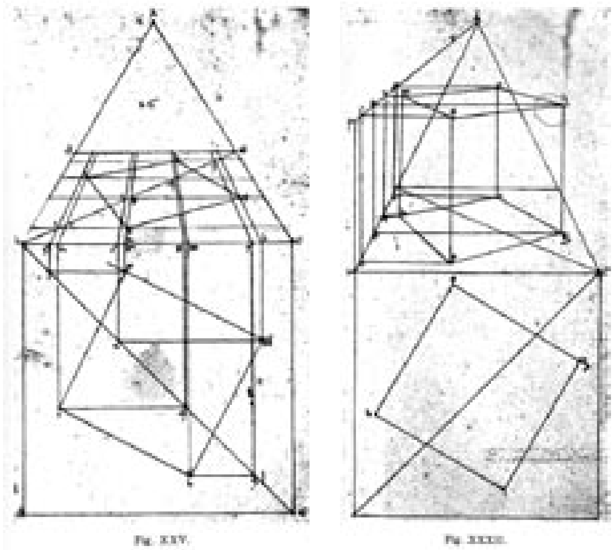


Abb. 10: Ein zur Bildebene (BE.) abgedrehtes Quadrat (abg. Qu.) soll perspektivisch dargestellt werden. Piero della Francesca (ca.1416-1492) bettet dazu das zur BE. abg. Qu. in ein zur BE. frontal liegendes Quadrat (f. Qu.) ein. Die Vervollständigung der Perspektive des abg. Qu. wird mit Hilfe des in die Bildebene herausgedrehten Figurenpaares (f. Qu., abg. QU.) und der Quadratdiagonale des f. Qu. bewerkstelligt, indem einzelne Punkte des abg. Qu. mit Tiefenlinien und Breitenlinien am f. Qu angegittert werden.

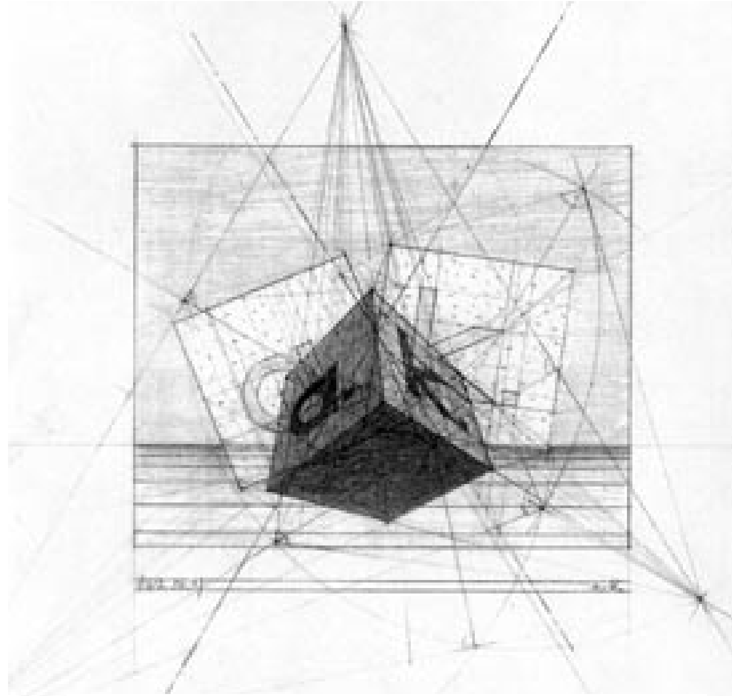


Abb. 11: Würfel in Kipplage zur Bildebene. Die Perspektive der Buchstaben in den Seitenquadraten wurde mit einer modernen Variante des Piero´schen Drehverfahrens konstruiert. (Anne Kaestle SS 97)

bel, jene Drehflächen gesucht, deren Schnittkurve im Normalriß in einer achsennormale Ebene auf einer Ellipse oder Hyperbel (mit den Achsennormalrissen als Brennpunkten) zu liegen kommt. Wird eine dieser Drehflächen als Drehkegel angenommen, so ist ihre auf die Brennpunktsdefinition gestützte apollonische Schwesterfläche ein achsenparalleler Drehkegel mit gleichem Öffnungswinkel. Um die Vielseitigkeit der Zusammenhänge bei *konstruktiv-analytischen* und *konstruktiv-synthetischen Denkbewegungen* im Vergleich zu einer dreizeiligen analytisch–algebraischen Lösung *erlebbar* zu *machen*, wird in zwei verschiedenen konstruktiv-synthetischen Beweisen (einem kurzen und einem langen) gezeigt, daß die Schnittkurve zweier Böschungsdrehkegel mit gleichem Anstiegswinkel eben und daher eine Ellipse oder Hyperbel ist (Variante zu dem genialen Beweis von Dandelin). Den Abschluß von [8,6] bilden jene Apollonischen Drehflächen, deren Schnittkurventeile im Normalriß auf eine drehachsennormale Ebene, sowohl auf einer Ellipse als auch auf einer Hyperbel liegen, mit den Achsennormalrissen als gemeinsamen Brennpunkten. Diese Drehflächenpaare werden dort *hyperapollonisch* genannt. Ein Beispiel dafür sind je zwei Tori mit gleichem Meridiankreisradius und gleicher Mittenkreisebene (Abb. 22, 23). An Hand derartiger Beispiele und einer entsprechenden Einführung in die analytische Darstellung von Kurven und Flächen (in homogenen Koordinaten) im projektiv abgeschlossenen und ins Komplexe erweiterten 3-dimensionalen Euklidischen Raum war es im Vertiefungskurs Geometrie II möglich, sogar ArchitekturstudentInnen das Wunder algebraischer Gebilde (Flächen und Schnittkurven algebraischer Flächen), den Satz von Gauß und seine Verallgemeinerung (Satz von Bezout) begreiflich zu machen und sie für Übungsaufgaben zu begeistern (dazu auch Abb. 9).

Perspektive II

Dieser Kurs wird jeweils 4-stündig im SS angeboten. Dabei werden im wesentlichen drei Anliegen verfolgt. Zum einen werden die *geeigneten konstruktiv-geometrischen Abbildungsmethoden* entwickelt, um Objekte in allgemeiner Lage zur Bildebene (Kipplage) zeichenökonomisch, also möglichst elegant, perspektivisch darstellen zu können, und umgekehrt wird die *Rekonstruktion eines Architekturobjektes* aus einer Perspektive bzw. aus einem Foto (unter Beachtung diverser Bedingungen für die Rekonstruktion) trainiert, als Voraussetzung für eine Fotomontage .

Das zweite Anliegen ist *kultur*- bzw. *bewußtseinsgeschichtlicher* Art. In exemplarischer Weise werden grundlegend wichtige Konstruktionsverfahren von der Uridee über weitere Entwicklungsschritte bis hin zur ausgereiften Konstruktion vorgeführt. Beispielsweise wird bei der Einführung des *Drehsehnenverfahrens der Perspektive* einer *ebenen Figur* die Entwicklungsgeschichte dieses Verfahrens ausgehend von der in einer genial einfachen methodischen Figur niedergeschriebenen Idee des Herausdrehens der Figur um ihre Bildspur in die Zeichenebene von *Piero della Francesca* (siehe Abb.10) aufgerollt. Diese mindestens dreihundertjährige Geschichte, die auch am

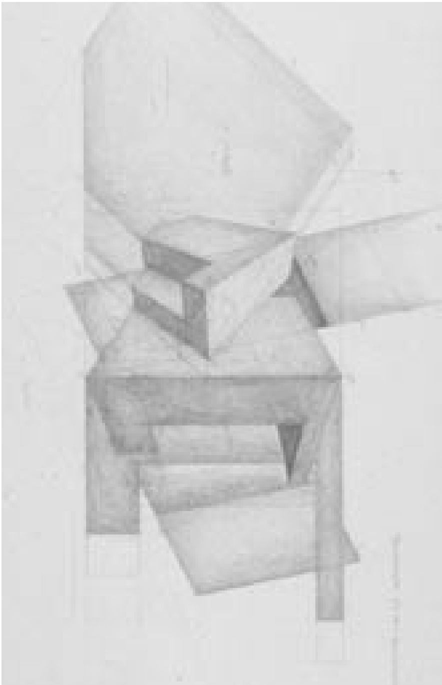


Abb. 12: Rekonstruktion einer Perspektive, ausgehend von einem prismenförmigen und einem parallelepipedischen Körper mit bekannten Kantenwinkeln (Alexandra Hügly, SS 97)

Abb. 13: Schattenkonstruktion in Perspektive für quaderförmige Objekte in Kipplage zur Bildebene (Nora Weichert, SS 2000)

Abb. 14: Fotomontage (Simon Hähndel SS 2001)

fundamentalen Satz über perspektive Dreiecke des geometriebegeisterten Baumeisters *Desargues* aus *Lyon* (1591-1662) vorbeiführt, soll veranschaulichen, wie nahe geschicktes und überlegtes (rationales) Vorgehen in allen *Handwerken* und *Bildenden Künsten*, insbesondere in der *Baukunst*, und das *konstruktiv elegante Operieren* in der *Geometrie* von archaischen Zeiten her verschwistert sind.

Mein besonderes Interesse als Geometrielehrer an einer Architekturfakultät war es, die Bedeutung der *Geometrie* als *Schulungsdisziplin* für die *Bewußtseinsentwicklung* des *europäischen Geisteslebens* ins Spiel zu bringen (siehe [9], Vortragsreihe „Weltbilder“). Zum einen haben griechische Philosophen für die Veranschaulichung des Wesenhaften eines Dinges bzw. einer Idee und vor allem, um vernünftige Rede und logisch geordnete Argumentation verständlich zu machen, vornehmlich auf gut zu veranschaulichende, geometrische Beispiele zurückgegriffen. An diese Tradition knüpfen die frühen Aufklärer, insbesondere *Thomas Hobbes, René Descartes*, etc. mit dem Leitmotiv *„modo geometrico“* für ihre theoretischen Untersuchungen, vor allem in nicht mathematischen Gebieten wie Staatsphilosophie (*Hobbes*) oder Ethik (*Baruch de Spinoza*), wieder an. Diesem Aufklärungsprozeß voraus geht die Ablösung von der Bevormundung durch die scholastische Theologie und Philosophie auf breiter Front durch die Wiederentdeckung und Wertschätzung römischer und griechischer Philosophen (voran Platon), Dichter und vor allem der *Elemente* von *Euklid* ab Ende des 15. Jh.(1482 *Campanus*, 1489 *Luca Pacioli*, siehe [4]). Durch die Wiederentdeckung der euklidischen Grundlagen und geistigen Werkzeuge der Raumgeometrie wurden für Maler und humanistische Gelehrte zum ersten mal die Voraussetzungen geschaffen, die in den Elementen zusammengefaßten rationalen Grundlagen des Anschauungsraumes durch empirische und rational-logische Untersuchungen zur Erzeugung und Konstruktion von Bildern (Ansichten, Grundrisse, insbesondere perspektivische Bilder) nach durchschaubaren Gesetzmäßigkeiten zu erweitern ([8,3]). – Für die Differenzierung des menschlichen Seelenlebens und Bewußtseins spielen Tasterfahrungen und Seheindrücke und damit das bewußte Erfassen des Unterschiedes von *Tastsinn* und *Sehsinn* eine besondere Rolle. Während dem *Tastsinn* und *Begreifen* in natürlicher Weise die *Euklidische Geometrie* mit ihren kennzeichnenden Kongruenztransformationen entspricht, gehört zum *Sehsinn* eine *nichteuklidische Geometrie*, für die das Messen von Streckenlängen auf das Messen von Winkeln zwischen zwei Visierstrahlen zurückgeführt werden kann (vgl. die vielen Anregungen dazu in [2]). Das ideale Modell für das Studium dieser *Sehstrahlbündelgeometrie* ist die durch ihre Ferngerade projektiv abgeschlossene Bildebene einer Perspektive mit den Fluchtpunkten paralleler Geraden als *Punkten* und den Fluchtspuren paralleler Ebenen als *Geraden*. Das Messen der Distanz zwischen zwei Punkten und des Winkels zweier Geraden

Abb. 15 aus ArchiLab:
Foreign office architects „ Yokohama Port Terminal“

Mit Hilfe und trotz Geometrie gelingt es Studierenden nach dem ersten Semester, ihre Visionen mit Charme aufzuladen

in dieser *elliptischen nichteuklidischen Geometrie* stützt sich auf den Distanzkreis des Augpunktes dieser Perspektive als *reellen Vertreter* des nullteiligen *absoluten Kegelschnittes* dieser Geometrie im Sinne von *Felix Kleins* Erlanger Programm. Obwohl Architekturstudenten noch die einzigen Studierenden an einer Technischen Universität sind, denen solche Zusammenhänge zwischen Sehsinn und nichteuklidischer elliptischer Geometrie nahegebracht werden könnten, fehlt im Basiskurs natürlich die Zeit und dann in den Vertiefungskursen oft den Lehrern das Wissen, derartige ideengeschichtliche Zusammenhänge darzustellen und begreifbar zu machen.

Ohne das besonders zu betonen, wurde stets auch die Diskussion über den zweckmäßigen Einsatz von C-Technik geführt. Zum einen bleibt es den Studierenden freigestellt, gewisse Abschlußarbeiten per Hand oder mit einem CAD-System auszuführen. Empfohlen wird jedoch, zunächst an den kleinen Wochenübungen den persönlichen Zeichenstil und die bevorzugte graphische Technik zu entwickeln, um die *Verbindung* von *Hand, Herz* und *Verstand* zu schulen. Eine in der Praxis des Architekten jedoch äußerst wichtige Aufgabenstellung, die geradezu nach hybriden Methoden (konstruktiv-geometrisches Arbeiten und Einsatz von rechnergestützter Bilderzeugung und Bildbearbeitung) schreit, ist die Herstellung von Fotomontagen. Damit hat mein ehemaliger Assistent, Dipl. Ing. Stephan Baumann, vor rund 5 Jahren begonnen und einen zweiwöchigen Kurs Fotomontage entwickelt, in dem das schrittweise Vorgehen für diese Aufgabenstellung gelehrt wird. (Bildmaterial dazu finden Sie so wie zu den anderen Lehrbereichen in unserer Homepage).

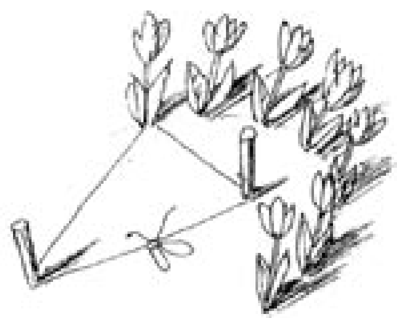


Abb. 20a

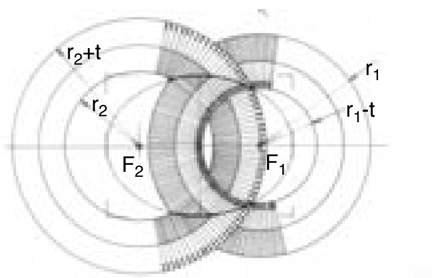


Abb. 20b
Graphische Interpretation der Brennpunktsdefinition einer Ellipse

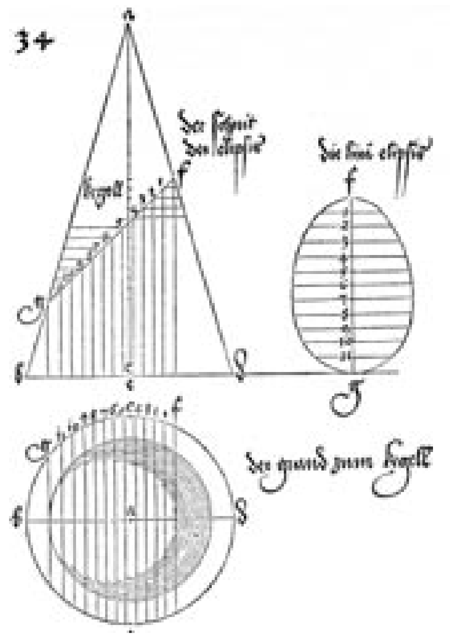


Abb. 21
Obwohl Dürer diesen ebenen Schnitt des Drehkegels als Ellipse bezeichnet, hat er eine eiförmige Kurve mit nur einer Symmetrieachse dargestellt. Sein Vertrauen in die grafisch ungenaue punktweise Konstruktion und das Gefühl waren offensichtlich stärker als das Vertrauen in das überlieferte Wissen.

Abb. 22a:
Schnitt 2-er Tori mit gemeinsamer Mittenkreisebene und gleichem Meridiankreisradius

Abb. 22b
beide Darstellungen von Karoline Schauren

Lehrexperimente und Forschung im Fachgebiet Darstellende Geometrie

Die Beiträge zu Praxis und Forschung im Fachgebiet Darstellende Geometrie beschränken sich von der Sache her und wegen der minimalen personellen Ausstattung auf folgende Arbeitsfelder:

1. Experimente und theoretische Arbeiten mit pädagogischen und didaktischen Ansätzen für den Unterricht in Raumgeometrie und Abbildungsgeometrie für Einsteiger an einer deutschen Universität. Dazu entwicklungsgeschichtliche Beiträge als Motivationsgrundlagen für die Lehre und den Übungsbetrieb ([8], [9]). Fallweise Unterstützung von anderen Fachgebieten bei Lehreinheiten mit umfangreicherem geometrischen Hintergrund [8,7].
2. Hilfestellung bei der Lösung von geometrischen Problemen und Fragestellungen im Zusammenhang mit Forschungsarbeiten und Dissertationen an anderen Instituten.
   Analyse geometrischer Strukturen und Formen zu neueren, experimentell entwickelten Architekturen ([8,4], [8,5].
3. Betreuung von Seminararbeiten und Dissertationen, die sich vorwiegend auf konstruktiv-geometrische Methoden stützen.

Illustrationen zu diesen drei Arbeitsfeldern

Zu1:
Wie bereits vorhin angedeutet, treten auch im Wahlpflichtfach Darstellende Geometrie II zahlreiche didaktische Probleme in den Vordergrund, da auch hier schwierigere theoretische Überlegungen nicht allein als Wissensstoff, sondern möglichst anschaulich und als Material für Vorstellungstraining vermittelt werden sollten (siehe dazu [3]). Beispielsweise gehört eine ausführliche konstruktive Behandlung der Kurven 2. Ordnung: Ellipse (E), Hyperbel (H) und Parabel (P), auf den Speiseplan dieses Vertiefungsfaches. Zum einen, weil diese Kurven in der Schule nicht mehr behandelt werden, zum anderen aber, weil sie in der Architekturpraxis immer noch gefragt und ihre Kenntnis und deren Eigenschaften für die Behandlung der Flächen 2.Ordnung unerläßlich sind. Für diese Kurven gibt es die bekannten, leicht faßbaren Brennpunktsdefinitionen des *Apollonios*:

(E) $k = \{P/(PF_1 + PF_2) = \text{konstant} = 2a\}$ bzw.

(H) $k = \{P/ |PF_1 - PF_2| = \text{konstant} = 2a\}$,

aus denen viele, für die konstruktive Behandlung dieser Kurven wichtige Eigenschaften folgen (Abb. 20). Neben den planimetrischen Definitionen für E., H. und P. kannten die Griechen auch die räumliche Erzeugung dieser Kurven als ebene Schnitte von Drehkegeln, woraus dann die Bezeichnung Kegelschnitte folgte. Erst um 1822 hat der belgische Professor für Bergbaukunst *J.P. Dandelin* einen genial einfachen, konstruktiv-synthetischen Beweis entwickelt, nach dem ebene Schnitte von Drehkegeln die Brennpunktseigenschaft von Kurven 2. Ordnung

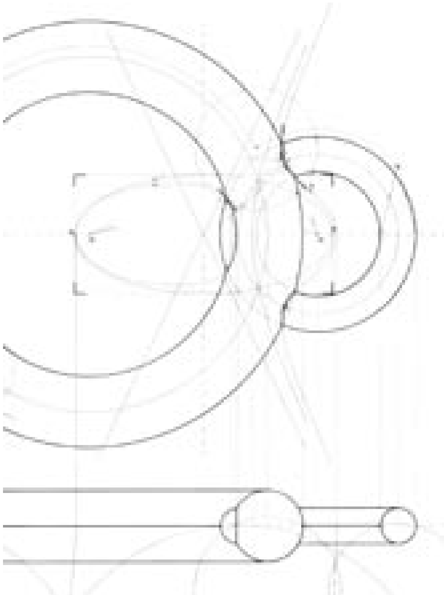


Abb. 23:
Schnittkurve zweier Tori mit Darstellung der parasitischen Zweige und ihrer asymptotischen Ellipse und Hyperbel.
Auto-CAD-Zeichnung von Tobias Barz

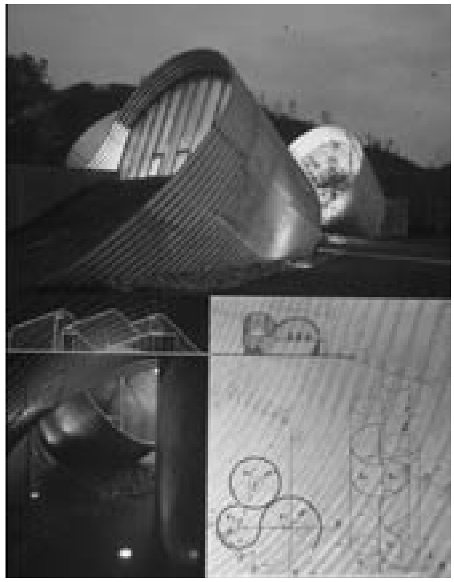


Abb. 24:

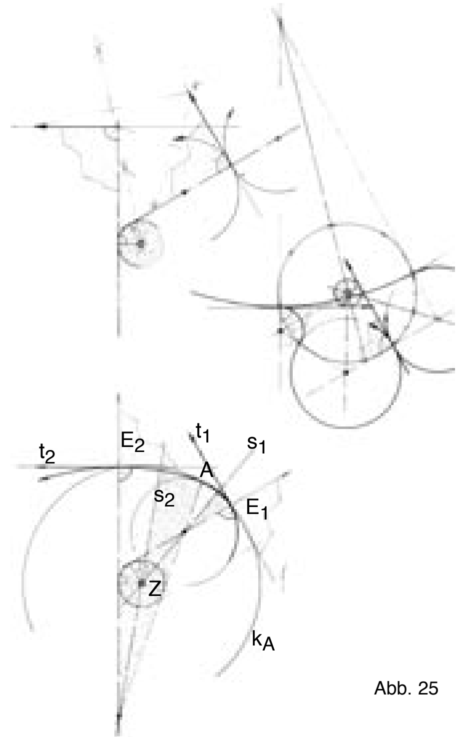


Abb. 25

erfüllen. Dieser Beweis war so elegant, daß er durch rund eineinhalb Jahrhunderte hindurch an polytechnischen Schulen im Geometrieunterricht vorgetragenen wurde. Für die im Unterricht im Anschluß an die räumliche Deutung der Parabelkonstruktion folgende räumliche Deutung der zur Brennpunktsdefinition von E. bzw. H. gehörigen Kreissysteme als Grundrisse der Schichtenkreise von Drehflächen, insbesondere von Drehkegeln, kannte ich bis vor 5 Jahren keinen einfachen Beweis. In [8,6] wird unter anderem gezeigt:

Werden die zur Brennpunktsdefinition von Ellipse und Hyperbel gehörigen Kreissysteme als Grundrisse der Schichtenkreise von Drehflächen (Apollonische Drehflächen), insbesondere von Drehkegeln interpretiert, so liegt der Grundriß der Schnittkurve derartiger Apollonischer Drehflächenpaare auf einer Ellipse (E) oder Hyperbel (H). Für den Sonderfall der achsenparallelen (Apollonischen) Drehkegel mit gleichem Öffnungswinkel kann mit der Normalenmethode der Tangentenkonstruktion für die Schnittkurve c dieser achsenparallelen Drehkegel nachgewiesen werden, daß c eben ist. Eine ebene Kurve, deren Grundriß eine E. bzw. H. ist, muß selbst eine solche Kurve sein.

Ein analytischer, auf Rechnung gestützter Beweis für diesen Satz ist zwar sehr einfach - im Grunde genommen ein Vierzeiler - aber Rechnungen sind für ArchitekturstudentInnen im allgemeinen nicht das geeignete Trainingsfeld für Raumvorstellung. Ausgehend von den anschaulich gefaßten Brennpunktsdefinitionen - besonders stofflich eingekleidet als Gärtnerkonstruktion für die Ellipse (siehe Abb. 20) oder Schnittpunktfolge für laufende Wellenkreise für die Hypebel – möchte man doch geometrisch-konstruktiv (geometrisch-analytisch oder -synthetisch) weiterargumentieren und nicht die Methode wechseln. Außerdem bleibt bei einem analytischen Beweis das Wesenhafte von geometrischen Problemstellungen oft im Dunklen und viele Zusammenhänge und Querverbindungen – Eigenschaften der Schnittkurven achsenparalleler Drehkegel – bleiben dem Spürsinn verborgen. Die geistige Wachheit und die emotionale Beteiligung beim „nur Rechnen“ bzw. „geometrischen Denken“ kann mit dem Erlebnis beim „Hochfahren auf einen Berg mit Aufstiegshilfen“ bzw. mit dem direkten Erleben von Natur beim meditativen „Ansteigen im Gelände“ verglichen werden.

Zu 2:
Beim Betrachten des „paramodernen“ Architekturgebildes (Abb. 20) von *Shuhei Endo* ergaben sich folgende Fragen:

1. War hier zuerst die geometrische Vorstellung da oder erfolgte die Formfindung experimentell durch Modellieren?
2. Welche geometrische Form ergibt sich, wenn ein Papierstreifen auf einen Drehzylinder, auf einen Drehkegel aufgewickelt wird? Gibt es noch andere Flächen, die ein einparametriges System gerader Mantellinien aufweisen und abwickelbar sind? Für den Handwerker und Geo-

meter erhebt sich außerdem die Frage:

3. Ist es möglich, die für den Übergang des Bandes von einem Drehzylinder zum anderen notwendige abwickelbare Trägerfläche durch zwei einander berührende Drehkegel auszubilden?

Nach eingehender Diskussion von 2 und 3 und vor allem nach Feststellung eines verräterischen Fehlers in der Konstruktionszeichnung (Abb.20) dieser Bandfläche dort sind die Drehachsen der Zylinder parallel angenommen und nicht windschief, wie am ausgeführten Objekt) konnte die Frage 1 eindeutig beantwortet werden: Der Entwerfer hat die Gestalt dieses Bandes ganz zwanglos durch Spielen und Experimentieren mit einem Papierstreifen entwickelt und nicht aus einem Fundus vertieften geometrischen Wissen geschöpft. Daß die Bänder teilweise auf Drehzylindern und nicht vollständig auf freien abwickelbaren Flächen verlaufen, kann mehrere Gründe haben. Ein Grund könnte sein, daß der Architekt die äußere Wirkung dieser Bandfläche beruhigen und vereinheitlichen wollte, indem er die Aufmerksamkeit des Betrachters auf Bekanntes, wie schraubenförmiges Band, hinlenkte. Ein anderer Grund könnte mit der Kostenreduzierung für die Fertigung zu tun haben, wenn mehrere Teilelemente des Bandes den gleichen Zylinderradius aufweisen. Dieses zuletzt genannte Argument führt auch auf die Berechtigung der dritten Frage:

Gibt es eine einfach herstellbare Übergangsfläche Γ, welche die zwei Drehzylinder Φ_i (i=1,2) mit den windschiefen Drehachsen a_i längs der vorgegebenen Erzeugenden e_i berührt und aus zwei einander längs einer gemeinsamen Erzeugenden f berührenden Drehkegelteilen Γ_1 und Γ_2 zusammengesetzt ist?

Die Lösung dieses Problems kann hier aus Platzmangel nur skizziert werden. Für das weitere Verständnis sind dazu einige Begriffsbildungen erforderlich: Eine aus berührenden Drehkegelteilen gebildete Fläche Γ nennen wir im folgenden *Korbfläche*. Diese Bezeichnung wählen wir analog zu der in der Baugeometrie geläufigen Bezeichnung *Korbbogen*, für ein aus berührenden Kreissegmenten bestehendes Kurvenstück in der Ebene. Wird das Paar (e, τ) von Erzeugende e und Tangentialebene τ eines Drehzylinders Φ längs der Erzeugenden e *lineares Tangentialelement* genannt, so lautet die obige Fragestellung einfacher:

Gesucht ist eine aus zwei Drehkegelteilen Γ_1 und Γ_2 bestehende Korbfläche zu zwei Tangentialelementen (e_1, τ_1), (e_2, τ_2) im Raum. Auf welcher Regelfläche liegt die gemeinsame Berührerzeugende f der Drehkegelteile der Korbfläche Γ, wenn die Öffnungwinkel dieser Drehkegelsegmente variieren?

Die Lösung dieses Problems kann auf die Konstruktion eines *zweikreisigen Korbbogens* zu zwei vorgegebenen Linienelementen (E_1, t_1), (E_2, t_2) zurückgeführt werden ([7], Übung 5). Das in [8,4] geometrisch hergeleitete Resultat lautet:

Die *Spurkurven der gesuchten Korbflächen* in einer zu den beiden Tangentialelementen (e_1, τ_1), (e_2, τ_2) auf zwei Arten eindeutig bestimmbaren Ebene π sind *zweikreisige Korbbögen zu den Spurelementen* (E_i, t_i) von (e_i, τ_i) *als Linienelementen*. Die Anschlußpunkte A der zu den Linienelementen (E_1, t_1), (E_2, t_2) gehörigen Korbbögen liegen auf einem Kreis k_A durch die Anfangspunkte E_i mit dem durch die Linienelemente (E_i, t_i) bestimmten Drehzentrum Z als Mittelpunkt. Die zu π normale Gerade z durch das Drehzentrum Z der Linienelemente (E_i, t_i) ist die Achse für die Drehung von (e_1, τ_1) nach (e_2, τ_2). Die gemeinsame Berührerzeugende f der beiden Drehkegelteile ergibt sich jeweils als Spiegelbild der Erzeugenden e_1 bzw. e_2 für die Spiegelung an einer Ebene σ_1 bzw. σ_2 durch die Drehachse z. Die Gesamtheit {f} der Anschlußerzeugenden f bildet einen Regulus Ψ_f auf einem Drehhyperboloid Ψ mit k_A als Breitenkreis.

Ein schönes Ergebnis für einen Geometer, höchstwahrscheinlich ziemlich belanglos für den Architekten, vielleicht von Interesse für den Statiker und die handwerklichen Produzenten. In Bezug auf Drittmittelforschung in der Sparte „Brotlose Kunst" einzuordnen, auch wenn auf einen naheliegenden Bezug zur Kraftübertragung mit Hilfe von Transmissionsriemen für walzenförmige Räder mit windschiefen Achsen hingewiesen werden kann.

Zu 3:

Der seltene Fall einer Promotion im Fachbereich Geometrie durch einen Architekten kam 2001 durch einen Zufall zustande. Ein ehemaliger Assistent im Fachbereich Darstellende Geometrie an der TU Berlin, Dipl. Ing. Daniel Lordick, arbeitete seit ca. 1999 an dem Thema *„Konstruktion der Tangenten an Schlagschattenkurven für Parallelbeleuchtung an Torusflächen mit Hilfe von geeigneten Begleitregelflächen"*. Die Verwendung von Begleitflächen, insbesondere Begleitregelflächen, erwies sich noch für weitere bekannte Flächenklassen, z.B. für Kreisschiebflächen und Kreisschraubflächen, als ein für konstruktiv-geometrische Methoden sehr geschickter Zugang. Außerdem wurde für die Zentralschattengrenze eines Torus eine bemerkenswerte zyklische Begleitfläche angegeben. Insgesamt liegt unter dem Titel

„Konstruktion der Schattengrenzen krummer Flächen mit Hilfe von Begleitregelflächen"
(Shaker Verlag, Aachen 2001)

eine sehr umfangreiche, konstruktiv-geometrisch sauber durchgearbeitete Dissertation (TU Karlsruhe, am 28. 6. 01) mit äußerst anspruchsvollen raumgeometrischen Überlegungen und eleganten Beweisführungen vor. Ein extra Lob verdienen die mit

CAD hergestellten über 150 Figuren und die selbst von Hand angefertigten Modelle für einige der Begleitflächen (Abbildungen dazu in der Diss.).

Die Betreuung des Dissertanden erfolgte gemeinsam mit meinem ehemaligen Kollegen am Institut in Wien, Leiter des Instituts für Geometrie an der TU Dresden, Prof. Dr. Gunter Weiß. Seit dem WS 2001 arbeitet Herr Lordick an diesem Institut als Wissenschaftlicher Assistent.

Literaturhinweise:

[1] ArchiLab 2000

[2] G. Glaeser: „Geometrie und ihre Anwendungen in Kunst, Natur und Technik“, Spektrum, Akademischer Verlag, Heidelberg, 2005

[3] H. Hentig: „Die Schule neue denken“, Hanser-Verlag, 2. Aufl. 1992
dazu: www.swr2.de/Wissen
Reinhard Karl: „Hartmut von Hentig und die Erneuerung der Schule“ (11. 12. 04, 8.30)

[4] P. Schreiber: „Euklid“, BSB,Teubner,1987

[5] C. Siegel: „Strukturformen der Modernen Architektur“, Callwey, München, 1960

[6] E. Torroja: „Logik der Form“, Callwey, München,1961

[7] Skripte für Unterricht und Übungen des Lehrbereichs:

Darstellende Geometrie I WS:

[7,1] Skript 1: Geometrie der Euklid. Anschauungsebene (Neufassung in Arbeit)

[7,2] Skript 2: Raumgeometrie – Abbildungsgeometrie des Euklid. Anschauungsraumes

[7,3] Skript 3: Geometrie des Handwerks und der Technik (Umprojektion, Lageaufgaben, Maßaufgaben)

[7,4] Skript 4: Konstruktive Behandlung gebräuchlicher Bauformen

[7,5] Skript 5: Schattenkonstruktionen (muß noch bearbeitet werden)

Übungsskripte dazu Ü1 bis Ü19

Perspektive I SS:

[7,6] Perspektive (Skript zur VL)
Übungsskripte dazu: Ü1- Ü10

[7,7] „Studienarbeiten Darstelllende Geometrie 1985-1991“, Fak. f. Arch.

[7,8] „Studienarbeiten Darstelllende Geometrie 1991-1997“, Fak. f. Arch.

[8] Geometrie-Texte (Reader)

[8,0] *„Basiskurs Darstellende Geometrie an einer Architekturfakultät“,* Aufsatz in Fakultätsbroschüre, Wasmuth, 1999

[8,1] *Naive Geometrie - archetypische Figuren“*
(Einführungsskript für das 1. Semester: Kinderzeichnungen, Höhlenzeichnungen, Steinkreise, Schöpfungsmythen, Mandalastrukturen, etc., Grundlagen für den ersten Diavortrag)

[8,2] *Ornamentstrukturen*
(Rosetten- und Friesmuster, Wandornamente)

[8,3] *Piero della Francescas konstruktives Instrumentarium und seine „würfelaxonometrische“ Methode zur Vorzeichnung von Normalriß-Bildern und perspektivischen Bildern*

[8,4] *Analyse einer Bauform. Korbflächen als dreidimensionale Verallgemeinerung von Korbbögen*
(*Analyse - Konstruktion)*

[8,5] *Regelflächen als Bauformen*
(Korbbögen in der Praxis des Architekten, Exkurs: Windschiefe und abwickelbare Regelflächen, insbesondere: Kegelkorbflächen als Fassaden- und Dachformen)

[8,6] *Apollonische Paare von Kreisbüscheln und Drehflächen*
*(*Analytisch-konstruktive und synthetisch-konstruktive Methoden im Vergleich zur analytisch-algebraischen Methode, veranschaulicht an einem Beispiel)

[8,7] Geometrische Grundlagen zu einem Formfindungsexperiment am Entwurfslehrstuhl Baukonstruktion II (R. Kramm) mit dem Titel: *„Raumbildende Kurve in einem speziell proportionierten Würfel“* (Bearbeitungsstufe 2)

[8,8] Studien zum Begriffspaar *Komposition und Konstruktion* an Hand von Frescobildern von *Giotto, Piero della Francesca* und *Dürers „Melancholia“*
(Materialsammlung für Vorträge, Fragmente)

[9] Vortragsreihen zum Thema „Weltbilder“

WS 2001/02:

„Weltbilder - Wege des westlichen Denkens“
(6 Vorträge von Professoren der Uni Karlsruhe)

WS 2002/03:
„Logik der Weltbilder“
(Verschiedene Referenten aus Universitäten und Forschungseinrichtungen).
Für den Abschlußvortrag konnte Prof. Dr. Dr. *Franz-Josef Radermacher* mit

„Balance oder Zerstörung“
gewonnen werden.

SS 2004:
Vortragsreihe mit unterschiedlichen Referenten, die vor allem in der Sendung Aula im SWR zu Wort kamen

„Zeit der Umgestaltung - Suche nach Orientierung“

• Liberalismus am Ende? • Universität ohne/mit Zukunft • Mythos ICH-AG • Der Weltmarkt, das Wissen, das Leben und ich • Europäische Kultur- und Ideengeschichte • Weltbilder im Dienste der Macht • Wo steckt die Seele Europas.

WS 2004/05:
Vortragsreihe von *Prof. Dr. Hans-Peter Schütt*, Philosophische Fakultät Karlsruhe

„Antiqui et moderni“
(„Alte und neue Denkweisen von den Vorsokratikern bis Ende des 19. Jh.“:

• Aspekte der Modernität • recens nomen - antiquissima res • Christen als **die** Modernen • via antiqua - via moderna (im Mittelalter) • Neue Philosophie contra Aristoteles (Galilei e tutti quanti) • Descartes: L‘analyse des anciens - l‘algebre des modernes • Neue Bestimmungen des Verhältnisses von Staat und menschlicher Natur (Hobbes) • querelles des anciens et des modernes (literarischer Streit in Frankreich) • Noch eine Innovation: Der Begriff der Revolution • Die Revolutionen nach 1789: industriell, ästhetisch und überhaupt • Vom Bewußtsein zur Sprache

K. Meirer 8. Juni 2005